

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 519.8

DOI: <https://doi.org/10.32782/2224-6282/159-35>**Горбачук В. М.**

доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник,
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова
Національної академії України
<https://orcid.org/0000-0001-5619-6979>

Сирку А. А.

магістр,
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова
Національної академії України

Сулейманов С.-Б.

магістр,
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова
Національної академії України

Gorbachuk Vasyl, Syrku Andriy, Suleimanov Seit-Bekir

V. M. Glushkov Institute of Cybernetics of the
National Academy of Sciences of Ukraine

МЕХАНІЗМИ ПРОГНОЗУВАННЯ ЦІН СУЧАСНИХ ЕНЕРГОРИНКІВ

Тренди європейських енергоринків залежать від прогнозування фундаментальної ціни, заснованого на підходах до моделювання короткострокових фізичних ринків електрики, зокрема ринків торгівлі енергопотужностями на день вперед, торгівлі енергопотужностями протягом дня, торгівлі балансуючими чи резервними енергопотужностями. Типова ієрархія моделювання на сучасному ринку складається з фундаментальної моделі довгострокового планування на роки вперед (де відбувається стохастична агрегація чи дезагрегація для генерування прогнозів ціни), моделі середньострокового планування на місяці вперед (де за таких цін відбувається стохастичне моделювання напівагрегованої гідроенергії з генеруванням перетинів) і моделі короткострокового планування на тижні вперед (де за таких цін відбувається детерміністичне моделювання дезагрегованої гідроенергії). Модель довгострокового планування є фундаментальною у тому сенсі, що докладно й адекватно описує ринок, пропозицію, попит, топологію мережі. Моделі середньострокового та короткострокового планування є типовими для регіональних ринків.

Ключові слова: фундаментальна ціна, балансуєчі потужності, ієрархія моделювання, стохастична агрегація, генерування перетинів.

PRICE FORECASTING MECHANISMS OF MODERN ENERGY MARKETS

The trends of European energy markets depend on the forecasting of fundamental price based on the modeling approaches for short-term physical electricity markets, including day-ahead trade markets for energy power, intra-day trade markets for energy power, trade for balancing or reserving energy capacity. The typical hierarchy of modeling on modern market consists of the fundamental model of long-term planning to years ahead (where stochastic aggregation or disaggregation for price forecasting takes place), the model of medium-term planning to months ahead (where the stochastic modeling of semi aggregated hydro energy with generation of cuts, at prices given, takes place), and the model of short-term planning to weeks ahead (where the deterministic modeling of disaggregated hydro energy, at prices given, takes place). The model of long-term planning is a fundamental one in the sense of a detailed and adequate description of market, supply, demand, and network topology. The models of medium-term and short-term planning are typical ones for regional markets. Energy storage technologies have changed modern energy markets. If the traditional power grids have worked like ultimate just-in-time supply chains without stocks and with almost immediate delivery of good (electricity), then modernized power grids will create new opportunities for their optimization and operation. The new power grids will resemble common supply chains with stocks (in the form of large-scale batteries and other energy storage devices), supply uncertainty (from variable power sources such as wind and solar power plants), high customer service requirements (under deregulating of the electricity market and entering of new competitors to the market), the newest pricing schemes (due to the new communication infrastructure allowing information transmission for real time pricing). An energy storage system can be viewed as a system of stocks, where the product stored is the energy instead of a traditional good. Then a series of models of energy storage management is based on the fundamental theory of inventory optimization. On the other hand, energy storage systems usually have more room for decision: in addition to the decision to purchase a product (as in classic inventory models), there may be decisions about the quantity and the price of product sales.

Keywords: fundamental price, balancing capacities, hierarchy of modeling, stochastic aggregation, generation of cuts.

JEL classification: L51, L94

Постановка проблеми. Перша у світі біржа для торгівлі електроенергією (Nord Pool) була заснована у 1993 р. на основі енергоринку Норвегії, тому сучасні енергоринки пов'язуються з нордичними. Прихід інвесторів Норвегії на енергоринки України висуває проблему взаєморозуміння механізмів формування цін на сучасних енергоринках [1–6].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На першому кроці сучасного дослідницького проекту «Ціноутворення балансуєчих послуг у майбутньому нордичному енергоринку» (“Pricing Balancing Services in the Future Nordic Power Market”, PRIBAS) окреслюються сподівані майбутні тренди європейських енергоринків із зосередженням на еволюції та регулюванні наявних та очікуваних майбутніх ринків [7]. Головною метою PRIBAS є проектування, розроблення та верифікація концепції моделі (яка може складатися з ієрархічного ряду моделей), здатної до обчислення граничної ціни для всіх фізичних продуктів електрики на нордичному енергоринку, включаючи різні типи резервної потужності та балансуєчої енергії. Гравці нордичного енергоринку мають тривалу традицію використання фундаментальних моделей стохастичного ринку для системного аналізу та прогнозування. Типовими прикладами таких моделей є симулятор багатозонного енергоринку (EFI Multi-area Powermarket Simulator, EMPS) і модель BID [8], де EFI – це Elektrisitetsforsyningsens Forskningsinstitut, тобто Інститут електродинаміки; в Україні подібні моделі розробляє свій Інститут електродинаміки НАН України [9].

Мета статті полягає у викладенні сучасної моделі прогнозування цін на сучасних енергоринках з урахуванням балансуєчих і резервних потужностей.

Виклад основного матеріалу. Поняття «моделювання» ґрунтується на двох основних підставах. По-перше, різні гравці мають різні потреби у підтримці рішень. Системні оператори передачі (transmission system operators, TSOs) енергії здебільшого мають справу з довгостроковим плануванням для системних досліджень, іноді використовуючи засоби інтеграції гідротермального планування й дослідження дезагрованих енергопотоків. З іншого боку, для виробників важливими є характеристики відповідних водотоків для середньострокового та короткострокового планування, тому щодо аналізу даних зручною є ієрархічна структура, яка дає змогу різним агентам виділяти свої ключові інтереси.

По-друге, поділ на різні рівні пояснюється обчислювальною складністю проблем енергетики. З огляду на потребу у досить великих горизонтах планування, які враховують динаміку накопичення від найбільших джерел гідроенергії, розділяють поняття середньострокового чи довгострокового стратегічного й короткострокового операційного планування. Довгострокові стратегічні моделі використовують для оцінювання обсягу води на основі множини відповідних значень, наприклад, на основі стохастичного (двоїстого) динамічного програмування (stochastic (dual) dynamic programming, SD(D)P) чи декомпозиції Бендерса (Benders). Ці стохастичні моделі беруть до уваги невизначеності та екзогенні ринкові ціни, суттєво ускладнюючи моделювання, тому потрібен компроміс між рівнем деталізації опису енергосистеми та обчислювальними ресурсами для її моделювання.

У зазначеній ієрархії моделювання ринкові ціни, знайдені у моделі довгострокового планування, не визначають всіх елементів моделей середньострокового й короткострокового планування. Така ієрархія формувалася поступово під впливом дерегуляції з обговоренням та застосуванням різних постановок і конфігурацій. Скажімо, у попередній роботі EFI обговорюється короткострокове гідротермальне планування з прив'язкою та диспетчеризацією одиниць (unit commitment and dispatch) за різних обмежень для компонентів і системи загалом. Однак таке планування не застосовувалося на практиці і не є частиною наявної типової нордичної ієрархії.

В інших країнах з домінуванням гідроенергетики (скажімо, у Бразилії та Канаді) під час моделювання також присутній подібний ієрархічний поділ, незважаючи на відмінності їхніх ринкових структур від лібералізованого нордичного енергоринку. За централізованої диспетчеризації енергосистеми (наприклад, у Бразилії) довгострокове, середньострокове й короткострокове планування здійснюється для системи загалом.

Модель EMPS довгострокового планування й цінового прогнозування, яка широко застосовується більшістю учасників нордичного ринку, має базові принципи. Ця модель неперервно розвивалася EFI протягом кількох десятиліть з 1975 р. Пізніше EFI об'єднався з SINTEF Energi, утворивши SINTEF Energiforskning AS (SINTEF Energi AS).

По-перше, EMPS – це фундаментальна ринкова модель, де явним чином моделюється фізична система (яка складається з генерації, передачі та споживання), поєднуючи технічні та економічні аспекти. Зазвичай фундаментальні моделі спрямовані на формування залежності цін електрики від граничної собівартості генерації.

По-друге, EMPS припускає досконалу конкуренцію на ринку, адже не існує постачальника чи споживача, який своїми діями може впливати на ринкову ціну (учасники ринку є ціноотримувачами).

По-третє, EMPS – це стохастична модель, оскільки моделюється невизначеність притоків, екзогенних ринкових цін, недиспетчеризованої потужності (від вітрових та сонячних енергогенераторів), залежного від температури доквілля попиту. Невизначеність враховується як для обчислення обсягів води, так і для моделювання.

EMPS складається з двох базових частин, а саме частини оцінювання стратегії та частини моделювання системи.

Частина оцінювання стратегії визначає значення обсягів води для будь-якої агрегації регіональних зон, використовуючи SDP у кожній підсистемі за загальною ієрархічною логікою (правилами послідовності дій), що бере до уваги специфіку наявності кількох водойм. Джерелами стохастичності та невизначеності вважаються показники притоків, вітру та попиту, пов'язаного з температурою доквілля.

Частина моделювання системи визначає оптимальні операційні рішення для послідовності сценаріїв погоди (з використанням лінійного програмування (ЛП)). Моделюється потижневе функціонування системи з використанням значення обсягів води від частини оцінювання стратегії як наближення вмісту водойми наприкінці тижня. На ринку моделюються як крива попиту (залежність ціни (в євроцентах за кіло-

ват-годину) від кількості гігават-годин на тиждень), так і крива пропозиції (у порядку RES-E, ядерних реакторів, вугільних енергогенераторів, гідроенергогенераторів, газоенергогенераторів); за досить високої ціни обсяг попиту вважається фіксованим.

Зазвичай модель EMPS калібруватиметься відносно наявних даних. Калібрування допомагає встановлювати стратегію, яка гарантує прийнятні результати моделювання.

Не вдаючись у деталі моделі EMPS, підкреслюємо деякі її характеристики, щоб звернути увагу на виклики для фундаментальних моделей гідротермального ринку та деякі ключові елементи проєкту PRIBAS.

Алгоритм оцінювання стратегії служить внутрішнім ядром моделі EMPS, для якого важлива швидкість обчислень, тому оцінювання стратегії здійснюється для спрощеного опису системи, адже значення обсягів води обчислюються з використанням SDP для однієї зони у період часу, де фізичні водойми та електростанції агрегуються в еквівалентні водойму та електростанцію цієї зони. Така агрегація до деякої міри може компенсуватися калібруванням.

SINTEF застосовував багато альтернатив для докладнішого обчислення стратегії. Однією з таких альтернатив з докладним обчисленням гідроенергетичних систем є модель FanSi. Модель FanSi показує, що за допомогою оптимізації можна знаходити сумісні стратегії, але для нордичної системи це потребує великих обчислювальних ресурсів, тому можна вважати, що є потреба у швидких евристичних методах, які використовують модель EMPS.

Після обчислення стратегії (у вигляді значень обсягів води чи перетинів (cuts) Бендерса) можна застосовувати систему моделювання операцій, використовуючи різні відомі сценарії погоди. Для кожного тижня всі невідомі змінні вважаються відомими. Стандартна версія EMPS моделює систему, поєднуючи використання агрегованого та дезагрегованого описів гідроенергогенерації. Спочатку розв'язується задача тижневого ринкового врівноваження як задача ЛП з агрегованим описом гідроенергогенерації. Після цього цей опис дезагрегується до окремих електростанцій з огляду на евристичну модель; якщо агреговане виробництво не є допустимим для фізичної системи, то модифікуються умови задачі тижневого ринкового врівноваження для ЛП.

Для кожного проміжку часу протягом тижня задача ЛП врівноважує попит і пропозицію, визначаючи ціну енергії у кожній цінній області. Результатом частини моделювання є часовий ряд цін енергії.

Недавній прототип моделі EMPS, розроблений дослідницьким проєктом «Методи агрегації та дезагрегації» (Methods for Aggregation and Disaggregation, MAD) і відомий як EMPS-W, передбачає, що задача моделювання системи з дезагрегованим описом гідроенергогенерації формулюється як задача ЛП. EMPS-W дає змогу краще перевіряти на сумісність дезагреговані гідрологічні обмеження, що дає змогу точніше оцінювати гнучкість гідроенергогенерації.

Загалом з 2000-х рр. в EMPS істотно підвищилися спроможності системи до моделювання резервних вимог на менших часових проміжках, витрат теплових станцій на запуск і зупинку тощо. Частина оцінювання стратегії неоднаково реалізує ці спроможності, збільшуючи розрив між описами системи щодо оцінювання

стратегії та моделювання системи. Тоді постає ризик формування стратегії, заснованої на багатьох спрощеннях, для якої процес калібрування моделі може ставати складнішим і менш прозорим.

Модель FanSi побудована для вирішення тих самих фундаментальних проблем, які вирішує EMPS, використовуючи такі ж вхідні дані, але засновуючись на іншій методології пошуку рішень. FanSi була розроблена у 2013–2017 рр. за дослідницьким проєктом SINTEF “Stokastisk optimaliseringsmodell for Norden med individuelle vannverdier og nettrestriksjoner (SOVN)”. У моделі FanSi для пошуку стратегії застосовується оптимізація до дезагрегованої гідроенергогенерації, усуваючи згаданий розрив між частинами оцінюваннями та моделюванням.

У моделі FanSi функціонування системи моделюється за історією річних погодних умов. Для кожного року й тижня невизначеність погоди є відомою на весь тиждень, а з наступного тижня до кінця періоду планування може відповідати (follow) множині погодних сценаріїв (scenarios) (fans). Функціонування на першому тижні залежить від оцінювання багатьох довгострокових сценаріїв, адже для кожного тижня формується двоетапна стохастична задача ЛП і формується декомпозиція Бендерса з виокремленим першим тижнем. Для першого тижня виписуються результати, а відповідні дані щодо водойм наприкінці тижня передаються до двоетапної стохастичної задачі ЛП для наступного тижня. Отже, модель FanSi можна вважати симулятором з рухомим часовим горизонтом, де результати моделювання визначаються рішенням для першого тижня, а операційна стратегія – розв'язанням задачі з багатьма сценаріями. Як рішення для першого тижня, так і розв'язання задачі з багатьма сценаріями використовують дані дезагрегованої гідроенергогенерації.

Моделі EMPS та FanSi орієнтовані на однаковий ринковий продукт, а саме електроенергію. У моделі EMPS присутня функціональність для визначення резервних вимог регулювання підвищення потужності. Обидві моделі можна поширювати на множинні ринки з цінним прогнозуванням. При цьому є деякі виклики моделювання.

По-перше, довгострокове гідротермальне планування є складною задачею і потребує великих обчислювальних ресурсів для отримання рішень високої точності, що підтвердило розроблення моделі FanSi. Подальше ускладнення й поширення такої задачі на множинні продукти вимагатимуть більших обчислювальних ресурсів.

По-друге, EMPS та FanSi застосовують ЛП, де всі функціональні залежності є лінійними, а всі змінні – неперервними. Оскільки на майбутньому ринку з меншою гладкістю енергогенерації застосовуватимуться дезагреговані фізичні межі для системи генерування та передавання енергії, то врахування таких меж фундаментальними ринковими засобами стає дедалі важливішим. До певної міри ці межі можуть враховуватися засобами, заснованими на ЛП. Моделювання резервної потужності та балансуєної енергії потребує докладніших даних, ніж агреговане моделювання енергетики. Наприклад, моделювання регулювання зниження резервної потужності вимагає генераторів зворотної потужності, яких не може враховувати модель ЛП.

По-третє, у моделях EMPS та FanSi вважається, що невизначені значення стають відомими потижднево.

Таке наближення поточного уявлення про ринок не буде задовільним, коли згадані фізичні межі частіше впливатимуть на ринкові ціни. За відсутності невизначеності протягом тижня згадані межі не є суттєвими, але за меншої гладкості та більшої перервності енергогенерації тижневі етапи прийняття рішень у моделях EMPS та FanSi не будуть задовільними, тому за невизначеності зростатиме важливість гнучкості (шляхом енергонакопичення). Крім того, за послідовного аналізу множинних ринків врівноваження кожного ринку має моделюватися окремим рішенням з оновленням інформації від рішення до рішення.

На нордичному енергоринку відбувається торгівля різними ринковими продуктами електрики з відповідними послідовностями врівноваження ринку. Цей енергоринок є одним з регіональних ринків електрики в Європі. У довгостроковому періоді Європейський Союз прагне гармонізувати та інтегрувати окремі ринки в один внутрішній ринок через свої регуляторні структури. Фізичні ринки складаються з ринків торгівлі енергопотужностями на день вперед, торгівлі енергопотужностями протягом дня, торгівлі балансуєчими чи резервними енергопотужностями через TSO (на балансуєчих ринках). Балансуєчі ринки зазвичай організують держави [10].

Управління ланцюгами постачання (supply chain management, SCM) є однією з галузей, де засоби дослідження операцій (operations research, OR) застосовуються найбільше та найуспішніше. У новому тисячолітті теорія SCM стала галуззю застосування для інших галузей, зокрема енергетики, охорони здоров'я, служби порятунку, захисту довкілля, громадської діяльності [11].

Якщо традиційні електромережі працювали підібно до ланцюгів кінцевого (ultimate) вчасного (just-in-time) постачання без запасів і майже негайною доставкою товару (електроенергії), то модернізовані електромережі створюватимуть нові можливості для своєї оптимізації та експлуатації. Нові електромережі нагадуватимуть традиційні ланцюги постачання із запасами (у вигляді крупномасштабних батарей та інших пристроїв енергонакопичення), невизначеністю пропозиції (від таких мінливих енергоджерел, як вітрові та сонячні електростанції), високими вимогами обслуговування клієнтів (за дерегулювання ринку електрики та входження в ринок нових конкурентів), новітніми ціновими схемами (завдяки новій комунікаційній інфраструктурі, що дає змогу передавати інформацію для ціноутворення в реальному часі). Крім того, для проектування нових електромереж будуть корисними класичні принципи розміщення обладнання, а також новітні моделі формування робастних та стійких мереж, бо стає все важливішим захист електромережі від випадкових або не випадкових збоїв, які можуть уражати життя й засоби існування мільйонів людей. Вважаючи електромережу мережею ланцюгів постачання, можемо залучати наявні засоби для розроблення нового покоління систем електрики.

Можна стверджувати, що електромережі є системами, де OR найчастіше використовують і де OR відіграє головну роль: кожен 5–15 хвилин оператори електросистем по всьому світі розв'язують задачу оптимального потоку потужності (optimal power flow), щоби прийняти рішення, скільки електрики має виро-

бити кожний генератор у подальший проміжок часу для задоволення поточного попиту та уникнення перенавантаження ліній електропередачі. Ця задача є задачею нелінійної оптимізації, яку часто лінеаризують для застосування лінійного програмування. Щодня ці оператори розв'язують задачу про призначення підрозділів (unit commitment) – важку задачу змішано-цілочисельного програмування (mixed-integer programming, MIP), щоб визначати, які генератори (підрозділи) й скільки годин мають працювати наступного дня. За використання задачі UC для оптимізації енергоринків незалежний системний оператор Середнього Заходу (Midwest Independent System Operator, MISO) США був удостоєний престижної премії Едельмана (Franz Edelman (1922–1982 pp.)), що був засновником однієї з перших промислових груп OR (у фірмі RCA (Radio Corporation of America) (1919–1986 pp.)), що заснували дипломат Оуен Юнг (Owen Young (1874–1962 pp.)) і зв'язківець Давид Сарнов (David Sarnoff (1891–1971 pp.)) як дочірню компанію “General Electric” у 2011 р. Інституту з дослідження операцій та науки управління (INFORMS, INstitute For Operations Research and Management Science) [12], членом якого був один з авторів цієї роботи. Багато з цих операторів також використовують оптимізацію для вирішення проблем аукціонів, щоб визначати, які генератори, в які дні та за якими тарифами мають використовуватися.

Моделі ланцюгів постачання можуть широко застосовуватися, як і моделі OR [13; 14], адже моделі енергонакопичення, планування потужності електропередачі, проектування енергомережі базуються на теорії ланцюгів постачання.

До 2020-х рр. великомасштабного накопичення електрики не відбувалося, бо пропозиція електрики мала постійно балансуватися попитом на електрику. У новому тисячолітті енергонакопичення в масштабах мережі поступово ставало технологічно можливим і фінансово виправданим. Системи енергонакопичення – це не лише великі батареї, але й інші засоби зберігання енергії, зокрема махові колеса, компресори зі стиснутим повітрям, конденсатори. Якщо конденсатори зберігають електроенергію, то батареї перетворюють електрику на хімічну чи іншу форму енергії, щоб за потреби здійснювати обернене перетворення.

Енергонакопичення відіграє все важливішу роль у сучасних електромережах. Наприклад, хоча відновлювальна (вітрова й сонячна) енергетика забезпечує дешеву та екологічно сприятливу енергію, її потужність є непередбачуваною, адже енерговиробництво змінюється стохастично за зміни швидкості вітру чи руху хмарного покриву. Ця стохастичність висуває проблеми перед системним оператором електрики, який потребує передбачуваності для ефективного управління електромережі. Крім того, вітер посилюється вночі, позаяк попит на електрику підвищується вдень. Використовуючи енергонакопичення, системні оператори можуть зменшувати проблеми стохастичності та своєчасності постачання електроенергії: система накопичення заряджається, коли енергії багато, і розряджається, коли енергія потрібна для задоволення попиту.

У найближчому майбутньому споживачі електрики можуть використовувати енергонакопичення у своїх власних помешканнях. Домашні системи енергонакопичення можуть заряджатися вночі (коли тарифи на елек-

трику часто є нижчими) і розряджатися протягом дня для живлення домашніх приладів і пристроїв. Будинки, що мають сонячні панелі чи інші джерела відновлювальної енергії, можуть використовувати енергонакопичення, щоб резервувати енергію за невизначеності потужності цих джерел. Водночас енергонакопичення може використовуватися, щоб резервувати енергію за невизначеності попиту будинку на електрику. Згадані системи можуть бути автономними системами енергонакопичення чи батареями підзарядних гібридних електромобілів (plugin hybrid electric vehicles), поїздка на яких може потребувати поповнення енергії. Такі системи іноді називають позалічильниковими (behind-the-meter) енергонакопичувачами, бо діють на електролічильнику з боку споживача, а не з боку електромережі.

Нехай великомасштабна батарея розташована у будинку (офісній будівлі, університетському містечку, лікарні тощо), здатному зберігати енергію, куплену в електромережі. Енергія, що зберігається в батареї, може розряджатися шляхом живлення приладів будинку чи продажу назад в електромережу. Тоді на цьому горизонті планування (позначимо T число періодів часу планування) для споживача електрики постає модель позалічильникового енергонакопичення, тобто оптимізації обсягу купівлі енергії з мережі, обсягу продажу енергії в мережу, обсягів енергії для зарядки й розрядки батареї.

Кількість енергії, що зберігається в батареї, називається станом зарядки та виражається в кіловат-годинах (kiloWatthours, kWh) (позначимо x , як стан зарядки батареї наприкінці періоду часу t ; значення x_0 є відомим). Батарея (battery) має фіксовану місткість B , яка вимірюється у kWh. Прийнято вводити обмеження для кількості енергії, на яку може заряджатися чи розряджатися батарея за одиницю часу, але для простоти моделі енергонакопичення нехтуватимемо такими обмеженнями. Іншим важливим чинником моделей енергонакопичення є енерговтрати під час зарядки чи розрядки батареї, за тривалого зберігання енергії внаслідок недосконалостей процесів перетворення й накопичення енергії, але для простоти моделі цим чинником теж нехтуватимемо.

Припустимо, що часовий горизонт поділяється на дискретні періоди. Нехай попит (demand) D_t на енергію в кожний період $t = 0, 1, 2, \dots, T$ є випадковим з відомим розподілом ймовірності (при цьому випадковою можна вважати ціну електрики). Хоча кожного періоду енергія купується, продається та використовується неперервно, а попит визначається неперервно, зручніше моделювати відповідні дискретні, а не неперервні процеси. Нехай у кожний дискретний період часу відбувається така послідовність подій:

1) приймається оптимальне рішення про обсяг $(z_t)^+ = \max\{z_t; 0\} = z_t, z_t > 0$ купівлі енергії з мережі (позначимо c_t^+ ціну кіловат-години купленої енергії (у період часу $t = 0, 1, 2, \dots, T$) чи обсяг $(z_t)^- = |\min\{z_t; 0\}| = -z_t, z_t > 0$ продажу енергії в мережу (позначимо c_t^- ціну кіловат-години проданої енергії);

2) спостерігається реалізація d_t випадкового попиту;

3) батарея заряджається чи розряджається, щоб компенсувати будь-яку розбіжність між обсягом купівлі енергії та попитом.

Якщо обсяг купленої енергії плюс стан зарядки батареї менший попиту, то фактично має місце штраф за неза-

доволений попит (позначимо π_t штраф за кіловат-годину незадоволеного попиту). Якщо попит плюс залишкова потужність батареї менший обсягу купленої енергії, то надлишкова енергія втрачається без явного штрафу; ця енергія фінансується, але не використовується.

Події можуть відбуватися в іншому порядку: якщо подія (2) відбувається раніше події (1), то рішення про обсяг купівлі чи продажу енергії можуть використовувати більше інформації. Оскільки на практиці події (1) і (3) відбуваються майже в неперервному часі, то будь-яка модель у дискретному часі буде лише наближенням до реального процесу.

Метою прийняття рішень є максимізація сподіваного прибутку Π (сподівана виручка від продажу енергії мінус очікувані витрати на купівлю енергії та очікуваний штраф за незадоволений попит) на цьому часовому горизонті, або мінімізація $-\Pi$.

Подія (1) (з відомим станом зарядки x_t на початку періоду t (наприкінці періоду $(t-1)$) і вибором z_t) та подія (2) (зі спостереженням справжнього попиту d_t) повністю визначають подію (3), тобто вибір такого обсягу зарядки чи розрядки батареї, який мінімізує незадоволений попит: якщо $z_t \geq d_t$, то обсяг зарядки батареї становить $\min\{z_t - d_t; B - x_t\}$, а незадоволений попит є нульовим; якщо $z_t < d_t \leq z_t + x_t$, то обсяг розрядки батареї становить $(d_t - x_t)$, а незадоволений попит є нульовим; якщо $d_t > z_t + x_t$, то обсяг розрядки батареї становить x_t , а незадоволений попит дорівнює $d_t - (z_t + x_t)$.

Цю подію (3) можна записати стисло через обсяг зарядки чи розрядки:

$$\max\{\min\{z_t - d_t; B - x_t\}; -x_t\}; \quad (1)$$

за незадоволеного попиту:

$$(d_t - (z_t + x_t))^+; \quad (2)$$

справді, при $z_t \geq d_t$ мають місце такі рівності:

$$\max\{\min\{z_t - d_t; B - x_t\}; -x_t\} = \min\{z_t - d_t; B - x_t\};$$

$$(d_t - (z_t + x_t))^+ = \max\{d_t - z_t + x_t; 0\} = 0;$$

при $z_t < d_t \leq z_t + x_t$ мають місце такі рівності:

$$\max\{\min\{z_t - d_t; B - x_t\}; -x_t\} = d_t - x_t;$$

$$(d_t - (z_t + x_t))^+ = 0;$$

при $d_t > z_t + x_t$ мають місце такі рівності:

$$\max\{\min\{z_t - d_t; B - x_t\}; -x_t\} = -x_t;$$

$$(d_t - (z_t + x_t))^+ = d_t - (z_t + x_t).$$

Проблему пошуку оптимальних рішень купівлі чи продажу й зарядки чи розрядки в цій або схожій системі можна моделювати і вирішувати як багатоетапну задачу стохастичної оптимізації. Можна також використовувати стохастичне динамічне програмування (марковські процеси рішень – підхід, який застосовується до систем запасів).

Позначимо $\theta_t(x)$ оптимальні сподівані у період t загальні витрати до періоду T при стані зарядки x у період t . Позначимо $\theta_{T+1}(x)$ функцію термінальних витрат при стані зарядки x наприкінці періоду T . Тоді функція $\theta_t(x)$ виражається рекурсивно через рівняння Беллмана:

$$\theta_t(x) = \min \{c_t^+ z^+ - c_t^- z^- + E_{D_t}[\pi_t(D_t - (z - x))^+] + E_{D_t}[\theta_{t+1}(x + \max\{\min\{z - D_t; B - x\}; -x\})]\},$$

де $c_t^+ z^+$ – витрати на купівлю енергії з електромережі; $c_t^- z^-$ – виручка від продажу енергії в електромережу; $E_{D_t}[\pi_t(D_t - (z - x))^+]$ – сподіваний штраф за

незадоволений попит з використанням рівності (2); $E_D[\theta_{t+1}(x + \max\{\min\{z - D_t; B - x\}; -x\})]$ – сподівані у період $(t+1)$ оптимальні загальні витрати до періоду T при стані зарядки x у період $(t+1)$ з урахуванням рівності (1).

У моделях запасів зі стохастичним попитом ключовими є стратегії запасів, тобто прості правила, які забезпечують розв'язання задачі запасів. Наприклад, у моделі Вагнера-Уїтіна [15] з періодичним поповненням і фіксованими витратами можливими стратегіями є такі: а) замовлення Q одиниць продукту кожні R періодів часу; б) замовлення Q одиниць продукту, коли рівень запасів стає меншим s ; в) коли рівень запасів стає меншим s , замовлення такого обсягу продукту, який підвищує запаси до рівня S ; г) замовлення двозначного числа продукту, де перша цифра – перша цифра на наявній банкноті 1 гривня, друга цифра – друга цифра

на наявній банкноті 2 гривні, з періодичністю, рівною двозначному числу, де перша цифра – остання цифра на наявній банкноті 1 гривня, друга цифра – передостання цифра на наявній банкноті 2 гривні. Стратегії (а)–(г) потребують різних зусиль (витрат). Крім того, кожна стратегія передбачає свої параметри рішення. Наприклад, стратегію (а) поліпшують кращі прогнози значень параметрів Q та R .

Висновки. Систему енергонакопичення можна вважати системою запасів, де продукт, який зберігається, – це енергія, а не деяка фізична річ. Тоді багато моделей управління енергонакопиченням базується на фундаментальній теорії оптимізації запасів. З іншого боку, системи енергонакопичення зазвичай мають більший простір рішень: додатково до рішення про купівлю продукту (як у класичних моделях запасів) можуть бути рішення про обсяг і ціну продажу продукту.

Список використаних джерел:

1. Електроенергетика України: стратегія ефективності / І.Р. Юхновський (відп. ред.), В.Г. Бар'яхтар, В.М. Горбачук, В.А. Копилов, М.М. Кулик, В.Т. Меркушов, Г.Г. Півняк, С.Б. Тулуб (ред.) Київ : Міжвідомча аналітично-консультативна рада з питань розвитку продуктивних сил і виробничих відносин, 2001. 88 с.
2. Горбачук В.М., Шулінок Г.О., Сирку А.А. До вимірювання загальної енергоефективності держав. *Теорія оптимальних рішень*. 2019. С. 110–115.
3. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Аналіз ланцюгів вартості на основі нових технологій енергонакопичення. *Удосконалювання енергоустановок методами математичного і фізичного моделювання* (8-10 жовтня 2019 р., Харків). Секція 3. Харків : Інститут проблем машинобудування імені А.М. Підгорного НАН України, 2019. С. 20–21.
4. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сирку А.А. Сучасні питання генерування та накопичення енергії в енергосистемі України. *Східна Європа: економіка, бізнес та управління*. 2020. Вип. 1(24). С. 260–268.
5. Atoyev K.L., Golodnikov A.N., Gorbachuk V.M., Ermolieva T.Yu., Ermoliev Yu.M., Kiriljuk V.S., Knopov P.S., Pepeljaeva T.V. Food, energy and water nexus: methodology of modeling and risk management. *FEW Nexus for Sustainable Development: Integrated Modeling & Robust Management* / Zagorodny A.G., Ermoliev Yu.M., Bogdanov V.L., Ermolieva T.Yu., Kostyuchenko Yu.V. (eds.). Kyiv : Committee for Systems Analysis at Presidium of National Academy of Sciences of Ukraine – National Member Organization of Ukraine in International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA), 2020. P. 250–302.
6. Горбачук В.М., Дунаєвський М.С., Сулейманов С.-Б. Аналіз невітлених активів на недосконалих ринках. *Приазовський економічний вісник*. 2020. № 4(21). С. 110–117.
7. Jaehnert S., Helseth A., Naversen C.S. Fundamental multi-product price forecasting in power market. A literature review. Trondheim, Norway : SINTEF Energy Research, 2019. 53 p.
8. Nordic Market Design Forum – Feasibility Study. Oslo, Norway : Poyry Management Consulting Oy, 2017. 84 p.
9. Буткевич О.Ф., Юнєєва Н.Т., Гурєєва Т.М., Стецюк П.І. Задача розташування накопичувачів електроенергії в ОЕС України з урахуванням його впливу на потоки потужності контрольованими перетинами. *Технічна електродинаміка*. 2020. № 4. С. 46–50.
10. Helseth A., Fodstad M., Henden A.L. Balancing markets and their impact on hydropower scheduling. Trondheim, Norway : SINTEF Energi AS Production Planning, 2016. 36 p.
11. Snyder L.V., Shen Z.-J.M. Fundamentals of supply chain theory. 2-nd edition. Hoboken, NJ : John Wiley & Sons, 2019. 733 p.
12. Carlson B., Chen Y., Hong M., Jones R., Larson K., Ma X., Nieuwesteeg P., Song H., Sperry K., Tackett M., Taylor D., Wan J., Zak E. MISO unlocks billions in savings through the application of operations research for energy and ancillary services markets. *Interfaces*. 2012. № 42(1). P. 58–73.
13. Frank S., Steponavice I., Rebennack S. Optimal power flow: a bibliographic survey I: Formulations and deterministic methods. *Energy systems*. 2012. № 3(3). P. 221–258.
14. Frank S., Steponavice I., Rebennack S. Optimal power flow: A bibliographic survey II: Nondeterministic and hybrid methods. *Energy systems*. 2012. № 3(3). P. 259–289.
15. Wagner H.M., Whitin T.M. Dynamic version of the economic lot size model. *Management science*. 1958. № 5(1). P. 89–96.

References:

1. *Elektroenerhetyka Ukrainy: stratehiia efektyvnosti [Electric energy of Ukraine: strategy of efficiency]*. I.R. Yuhnovskiyi (vidp. red.), V.H. Bariakhtar, V.M. Gorbachuk, V.A. Kopylov, M.M. Kulyk, V.T. Merkuшов, H.H. Pivniak, S.B. Tulub (red.) (2001) Kyiv: Mizhvidomcha analitychno-konsultatyvna rada z pytan rozvytku produktyvnykh syl i vyrobnychykh vidnosyn [Interdepartmental analytical and advisory council on the development of productive forces and production relations], 88 p.
2. Gorbachuk V.M., Shulinok H.O., Syrku A.A. (2019) Do vymiryuvannya zahalnoi enerhoefektyvnosti derzhav [To measuring economy-wide energy efficiency of countries]. *Teoriia optymalnykh rishen [Theory of optimal decisions]*, p. 110–115.
3. Gorbachuk V.M., Dunaievskiyi M.S., Suleimanov S.-B. (2019) Analiz lantsiuhiv vartosti na osnovi novykh tekhnolohii enerhonakopychennia [Value chain analysis based on new energy storage technologies]. *Udoskonaluvannya enerhoustanovok metodamy matematychnoho i fizychnoho modeliuвання [Improvement of power plants by methods of mathematical and physical modeling]* (October 8-10, 2019, Kharkiv). Section 3. Kharkiv: Instytut problem mashynobuduvannya imeni A.M. Pidhornoho NAN Ukrainy [A.M. Pidgorny Institute of Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine], p. 20–21.

4. Gorbachuk V.M., Dunaievskiy M.S., Syrku A.A. (2020) Suchasni pytannia heneruvannia ta nakopychennia enerhii v enerhosystemi Ukrainy [The modern issues of electric energy generation and storage in the power grid of Ukraine]. *Skhidna Yevropa: ekonomika, biznes ta upravlinnia [Eastern Europe: economy, business and management]*, no. 1(24), p. 260–268.
5. Atojev K.L., Golodnikov A.N., Gorbachuk V.M., Ermolieva T.Yu., Ermoliev Yu.M., Kiriljuk V.S., Knopov P.S., Pepeljaeva T.V. (2020) Food, energy and water nexus: methodology of modeling and risk management. *FEW Nexus for Sustainable Development: Integrated Modeling & Robust Management*. Zagorodny A.G., Ermoliev Yu.M., Bogdanov V.L., Ermolieva T.Yu., Kostyuchenko Yu.V. (eds.) Kyiv: Committee for Systems Analysis at Presidium of National Academy of Sciences of Ukraine – National Member Organization of Ukraine in International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA), p. 250–302.
6. Gorbachuk V.M., Dunaievskiy M.S., Suleimanov S.-B. (2020) Analiz nevtilenykh aktyviv na nedoskonalykh rynkakh [The analysis of stranded assets on imperfect markets]. *Pryazovskiy ekonomichnyi visnyk [Pryazovskiy economic herald]*, no. 4(21), p. 110–117.
7. Jaehnert S., Helseth A., Naversen C.S. Fundamental multi-product price forecasting in power market. A literature review. Trondheim, Norway: SINTEF Energy Research, 2019. 53 p.
8. *Nordic Market Design Forum – Feasibility Study*. Oslo, Norway: Poyry Management Consulting Oy, 2017. 84 p.
9. Butkevych O.F., Yunicieva N.T., Huricieva T.M., Stetsiuk P.I. (2020) Zadacha roztashuvannia nakopychuvachiv elektroenerhii v OES Ukrainy z urakhuvanniam yoho vplyvu na potoky potuzhnosti kontrolovanyymi peretynamy [The problem of electric power storages' placement in the IPS of Ukraine taking into account its influence on the power flows transmitted by controlled cutsets]. *Tekhnichna elektrodynamika*, no. 4, p. 46–50.
10. Helseth A., Fodstad M., Henden A.L. Balancing markets and their impact on hydropower scheduling. Trondheim, Norway: SINTEF Energi AS Production Planning, 2016. 36 p.
11. Snyder L.V., Shen Z.-J.M. Fundamentals of supply chain theory. 2-nd edition. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2019. 733 p.
12. Carlson B., Chen Y., Hong M., Jones R., Larson K., Ma X., Nieuwesteeg P., Song H., Sperry K., Tackett M., Taylor D., Wan J., Zak E. (2012) MISO unlocks billions in savings through the application of operations research for energy and ancillary services markets. *Interfaces*, no. 42(1), p. 58–73.
13. Frank S., Steponavice I., Rebennack S. (2012) Optimal power flow: a bibliographic survey I: Formulations and deterministic methods. *Energy systems*, no. 3(3), p. 221–258.
14. Frank S., Steponavice I., Rebennack S. (2012) Optimal power flow: A bibliographic survey II: Nondeterministic and hybrid methods. *Energy systems*, no. 3(3), p. 259–289.
15. Wagner H.M., Whitin T.M. (1958) Dynamic version of the economic lot size model. *Management science*, no. 5(1), p. 89–96.