

21. Volchuk V.N. *K voprosu o primenenii teorii mul'tifraktalov dlya otsenki mekhanicheskikh svoystv metalla* [On the application of the theory of multifractals for the evaluation of the mechanical properties of a metal]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2014, no. 3, pp. 12–19. URL: <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/12-19> (in Russian).

22. Volchuk V.M. *Model' otsinyuvannya tverdosti chavunnykh valkiv CIIKH-43 ta CIIKHΦ-47* [Model of assessment of the hardness of the iron rollers CIIKH-43 and CIIKHΦ-47]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Physical Metallurgy and Heat Treatment of Metals]. 2014, no. 3, pp. 12–19. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMHTM.2413.241219.22.597> (in Ukrainian).

Надійшла до редакції: 21.08.2025.

УДК 620.181.4:691.714

DOI: 10.30838/UJCEA.2312.051125.16.1187

ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ АНАЛІЗУ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКУ МІЖ ТОВЩИНОЮ МЕТАЛОПРОКАТУ ТА ПАРАМЕТРАМИ СТРУКТУРНОГО СТАНУ НИЗЬКОВУГЛЕЦЕВИХ НИЗЬКОЛЕГОВАНИХ СТАЛЕЙ

БЕКЕТОВ О. В.^{1*}, докт. техн. наук, доц.,
ЛАУХІН Д. В.², докт. техн. наук, проф.,
РАКАЄВ О. М.³, ст. викл.,
ТИКВЕНКО П. А.⁴, асп.,
КУЗНЕЦОВ С. В.⁵, асп.

^{1*} Кафедра фундаментальних і природничих дисциплін, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 604-61-86, e-mail: beketov.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-0664-0327

² Кафедра фундаментальних і природничих дисциплін, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», пр. Дмитра Яворницького, 19, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 585-54-29, e-mail: Laukhin.D.V@nmu.one, ORCID ID: 0000-0002-9842-499X

³ Кафедра експлуатації та ремонту машин, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 682-10-96, e-mail: rakaiev.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0001-3173-0140

⁴ Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 650-90-22, e-mail: pavel.mt72@gmail.com, ORCID ID: 0009-0003-7481-2191

⁵ Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 650-90-22, e-mail: sunreal69@gmail.com, ORCID ID: 0009-0006-4769-0725

Анотація. З точки зору фізики, основна задача при аналізі технічних систем полягає у визначенні реального стану системи з повної множини допустимих, шляхом проведення відповідного комплексу досліджень. При цьому, постає можливість використання як натурних об'єктів так і їх імітації, тобто моделей. При застосування натурного експерименту засоби експериментального дослідження взаємодіють безпосередньо з об'єктом (зразком), який досліджується. При модельному експерименті випробування проводяться не з самим зразком, а з його заміником – моделлю. З іншого боку, з точки зору прикладного матеріалознавства, прикладом системи «чорна скриня» може бути залежність параметрів, які характеризують структурний стан металопродукату (розміри структурних складових, їх відсотковий вміст тощо) від його геометричних властивостей (товщина металопродукату). Отже, сенс будь-якого моделювання полягає в спроможності за результатами дослідів, які проведено на моделях, отримувати якісні та кількісні взаємозв'язки між фізичними величинами, які визначають поведінку системи в натурних умовах. При цьому, застосування замість експериментальних зразків їх моделей дозволяє суттєво знизити собівартість натурних експериментальних досліджень. Таким чином, виходячи з принципів побудови моделей подібного типу, актуальним є розробка методик їх застосування для вирішення низки прикладних задач сучасного матеріалознавства. **Мета статті** – отримання математичної моделі взаємозв'язку між параметрами структурного стану та товщиною металопродукату з низьковуглецевих низьколегованих сталей. **Висновок.** Отримано математичні моделі взаємозв'язку між параметрами структурного

стану та товщиною металопрокату з низьковуглецевих низьколегованих сталей. Мікроструктурний аналіз показав, що мікроструктурними складовими усіх досліджуваних систем є ферит та перліт. Зі збільшенням товщини збільшується відсотковий вміст феритної складової з одночасним зменшенням кількості перліту. При цьому, спостерігається зріст розмірів структурних складових. На підставі отриманих кількісних даних щодо залежності параметрів структурного стану від товщини металопрокату було побудовано відповідні регресійні моделі. Аналіз моделей показує, що аналізовані залежності мають нелінійний характер і описуються логарифмічними рівняннями типу $Y = b_0 + b_1 \times \log_{10}(x)$. Адекватність отриманих регресійних моделей перевіряли з застосуванням квазіньютонівського методу залишків (графічним методом). Проведений аналіз показав, що регресійні моделі є достатнім ступенем адекватності описують залежності, які досліджені.

Ключові слова: структурний стан; математичне моделювання; товщина металопрокату; низьковуглецева низьколегована сталь; однопараметричний регресійний аналіз; множинний регресійний аналіз

APPLICATION OF MATHEMATICAL MODELING TO ANALYZE THE INTERRELATIONSHIP BETWEEN ROLLED METAL THICKNESS AND STRUCTURAL STATE PARAMETERS OF LOW-CARBON LOW-ALLOY STEELS

BEKETOV O.V.^{1*}, *Dr. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,
LAUKHIN D.V.², *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*,
RAKAEV O.M.³, *Ass. of Prof.*,
TYKVENKO P.A.⁴ *PhD Stud.*,
KUZNETSOV S.V.⁵, *PhD Stud.*

^{1*} Department of Fundamental and Natural Sciences, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 604-61-86, e-mail: beketov.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-0664-0327

² Engineering and Generative Design Department, Dnipro University of Technology, 19, Dmytro Yavornytskyi Ave., Dnipro, 49005, Ukraine, tel +38 (050) 585-54-29, e-mail: d.v.laukhin@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-9842-499X

³ Department of Construction and Road Machinery, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 682-10-96, e-mail: rakaiev.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0001-3173-0140

⁴ Department of Materials Science and Processing, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 650-90-22, e-mail: pavel.mt72@gmail.com, ORCID ID: 0009-0003-7481-2191

⁵ Department of Materials Science and Processing, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 650-90-22, e-mail: sunreal69@gmail.com, ORCID ID: 0009-0006-4769-0725

Abstract. From the point of view of physics, the main task in the analysis of technical systems is to determine the real state of the system from the full set of permissible ones, by conducting an appropriate set of studies. In this case, it becomes possible to use both full-scale objects and their imitations, that is, models. When using a full-scale experiment, the means of experimental research interact directly with the object (sample) being studied. In a model experiment, tests are carried out not with the sample itself, but with its substitute – a model. On the other hand, from the point of view of applied materials science, an example of a “black box” system can be the dependence of parameters that characterize the structural state of rolled metal (dimensions of structural components, their percentage content, etc.) on its geometric properties (thickness of rolled metal). Therefore, the meaning of any modeling is the ability, based on the results of experiments conducted on models, to obtain qualitative and quantitative relationships between physical quantities that determine the behavior of the system in full-scale conditions. At the same time, the use of their models instead of experimental samples allows to significantly reduce the cost of full-scale experimental research. Thus, based on the principles of building models of this type, it is relevant to develop methods for their application to solve a number of applied problems of modern materials science. **Purpose of the article.** Obtaining a mathematical model of the relationship between the parameters of the structural state and the thickness of rolled metal from low-carbon low-alloy steels. **Conclusion.** Mathematical models of the relationship between the parameters of the structural state and the thickness of rolled metal from low-carbon low-alloy steels were obtained. Microstructural analysis showed that the microstructural components of all the studied systems are ferrite and pearlite. With increasing thickness, the percentage content of the ferrite component increases with a simultaneous decrease in the amount of pearlite. At the same time, an increase in the size of the structural components is observed. Based on the obtained quantitative data on the dependence of the parameters of the structural state on the thickness of the rolled metal, the corresponding regression models were constructed. Analysis

of the models shows that the analyzed dependencies are nonlinear and are described by logarithmic equations of the type $Y = b_0 + b_1 \times \log_{10}(x)$. The adequacy of the obtained regression models was checked using the quasi-Newton method of residues (graphical method). The analysis showed that the regression models describe the dependencies that were investigated with a sufficient degree of adequacy.

Keywords: structural condition; mathematical modeling; rolled metal thickness; low-carbon low-alloy steel; single-parameter regression analysis; multiple regression analysis

Постановка проблеми. З точки зору фізики, основна задача при аналізі технічних систем полягає у визначенні реального стану системи з повної множини допустимих, шляхом проведення відповідного комплексу досліджень. При цьому, постає можливість використання як натурних об'єктів так і їх імітації, тобто моделей. При застосування натурального експерименту засоби експериментального дослідження взаємодіють безпосередньо з об'єктом (зразком), який досліджується. При модельному експерименті випробування проводяться не з самим зразком, а з його заміником – моделлю [1]. Отже, сенс будь-якого моделювання полягає в спроможності за результатами дослідів, які проведено на моделях, отримувати якісні та кількісні взаємозв'язки між фізичними величинами, які визначають поведінку системи в натурних умовах [2]. При цьому, застосування замість експериментальних зразків їх моделей дозволяє суттєво знизити собівартість натурних експериментальних досліджень. Таким чином, виходячи з принципів побудови моделей подібного типу, актуальним є розробка методик їх застосування для вирішення низки прикладних задач сучасного матеріалознавства.

Аналіз публікацій. Процес побудови математичної моделі, у загальному сенсі, складається з дослідження об'єкту, який моделюється і наступної математичної формалізації – отриманні системи математичних рівнянь [3]. За умови, що система, яка моделюється, не змінюється в часі, побудовану модель можливо віднести до класу стаціонарних (вихід залежить тільки від входу). У випадку, коли на початковій стадії було встановлено майже всі зв'язки між елементами системи, це відображається в концептуальній моделі, по якій

відбувається математична формалізація [4]. Зазвичай, статична модель являє собою одне рівняння або систему рівнянь (нерівностей), лінійних чи нелінійних, алгебраїчних чи трансцендентних. Якщо інформації про залежність елементів недостатньо для їх точного аналізу, або зв'язки мають випадковий характер, систему, яка моделюється, можливо розглядати як «чорну скриню» (рис. 1). В цьому випадку виділяються лише вхідні та вихідні параметри, а внутрішні зв'язки вважаються невідомими [5]. Зазвичай намагаються розглядати найпростіший варіант «чорної скрині» систему з однією вихідною величиною (функція відгуку) та декількома вхідними параметрами (факторами).

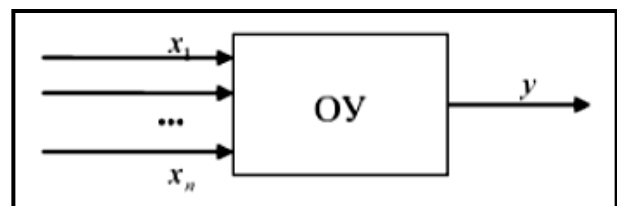


Рис. 1. Концепція «чорної скриньки» [5]

При цьому, залежність вихідної змінної від факторів шукають у вигляді поліному (1):

$$Y = b_0 + b_1x_1 + \dots + b_nx_n, \quad (1)$$

де b_0 , b_1 , b_n – невідомі коефіцієнти.

Для пошуку значень невідомих коефіцієнтів поліному найчастіше застосовують один з методів параметричної ідентифікації – метод найменших квадратів [6]. Методика застосування цього методу складається з наступних етапів [3; 6]:

- збір статистичних даних про залежність функції відгуку від факторів;
- обробка і інтерпретація цих даних;
- розрахунок варіантів значень параметрів (регресійний аналіз);
- оцінка адекватності (зазвичай за квазіньютонівським методом).

З точки зору прикладного матеріалознавства, прикладом системи «чорна скриня» може бути залежність параметрів, які характеризують структурний стан металопродукату (розміри структурних складових, їх відсотковий вміст тощо) від його геометричних властивостей (товщина металопродукату).

Мета статті – отримання математичної моделі взаємозв'язку між параметрами структурного стану та товщиною металопродукату з низьковуглецевих низьколегованих сталей.

Результати досліджень. Для отримання математичних моделей використовували однофакторний регресійний аналіз, який включав в себе побудову рівняння регресії за методом найменших квадратів і статистичну оцінку результатів. При проведенні регресійного аналізу приймалися наступні припущення:

- вхідний параметр вимірювався з малою помилкою;
- результати спостережень над вихідною величиною являють собою незалежно нормально розподілені випадкові величини;
- при проведенні експерименту з об'ємом вибірки (за умови, що кожен дослід повторений певну кількість разів) вибіркові дисперсії розглядалися як однорідні.

Після отримання рівняння регресії, проводився статистичний аналіз результатів,

який полягав в перевірці значимості всіх коефіцієнтів і встановленні адекватності рівнянь. Перевірку адекватності моделі здійснювали за припущення, що випадкові помилки спостережень є незалежними, нормально розподіленими випадковими величинами з нульовими середніми значеннями і однаковими дисперсіями.

У якості матеріалу для проведення досліджень використовувалась низьковуглецева низьколегована сталь 10Г2ФБ товщиною 16, 20, 30, 40, 50, 70, 100 мм. Для оцінки вхідних параметрів моделі (факторів) частково використовувалися результати, отримані в роботі [7]. Комп'ютерні розрахунки виконувалися з застосуванням пакету прикладних програм StatSoftStatistica [8].

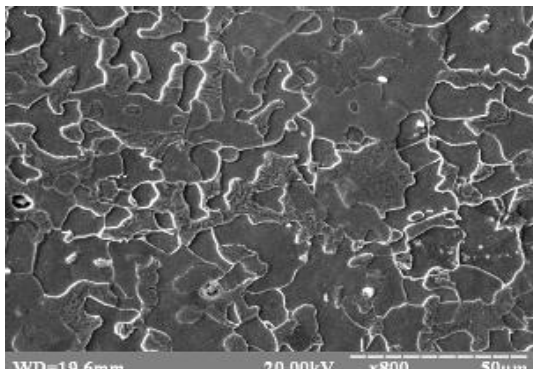
Результати проведеного комплексу мікроструктурних досліджень наведено на рисунку 2.

Проведений комплекс досліджень показав, що всі зразки мають ферито-перлітну структуру. Результати кількісного металографічного аналізу узагальнено та представлено в таблиці 1 (отримано на підставі даних роботи [7]).

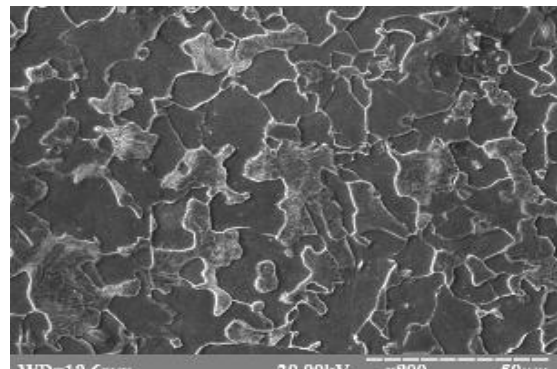
Графічні залежності параметрів структурного стану від товщини металопродукату наведено на рисунку 3.

Отримані аналітичні моделі представлено у таблиці 2.

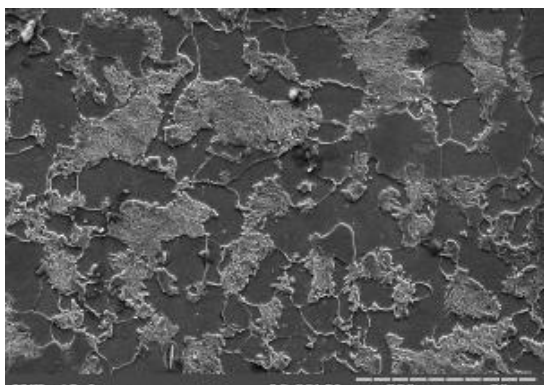
Графічна інтерпретація отриманих моделей представлена на рисунку 4.



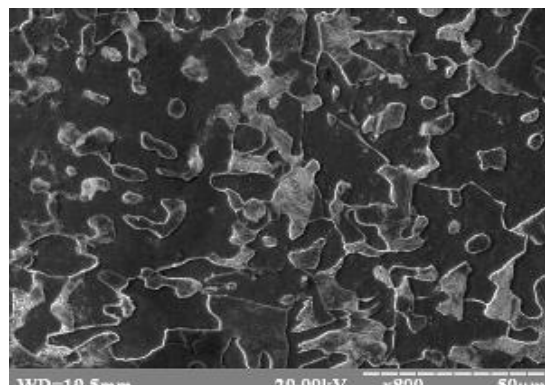
а



б



а



б

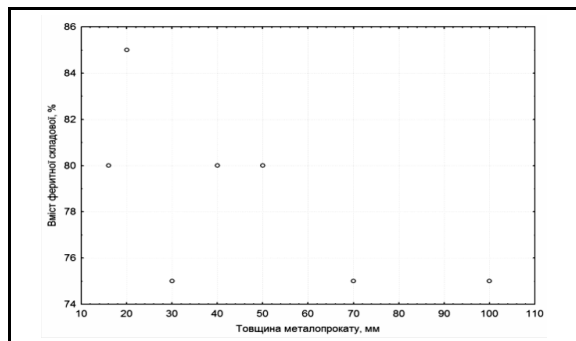
Рис. 2. Структура сталі 10Г2Ф: а – товщина 20 мм; б – товщина 40 мм; в – товщина 70 мм; г – товщина 100 мм

Таблиця 1

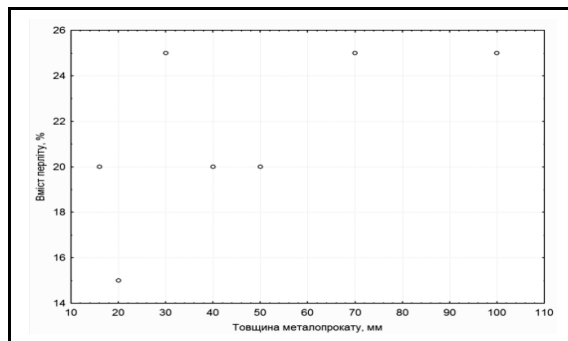
Результати проведеного комплексу мікроструктурних досліджень*

Параметри структурного стану	Товщина металопрокату, мм						
	16	20	30	40	50	70	100
Відсотковий вміст структурних складових, %							
Ферит	80	85	75	80	80	75	75
Перліт	20	15	25	20	20	25	25
Розмір структурних складових, мкм							
Ферит	7	8	9	13	4	15	18
Перліт	7	10	11	13	14	16	17

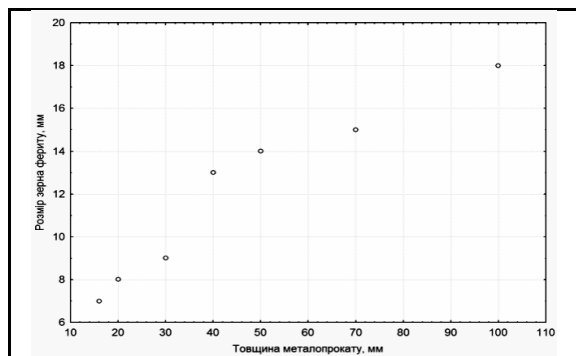
*частково використано результати, отримані в роботі [7]



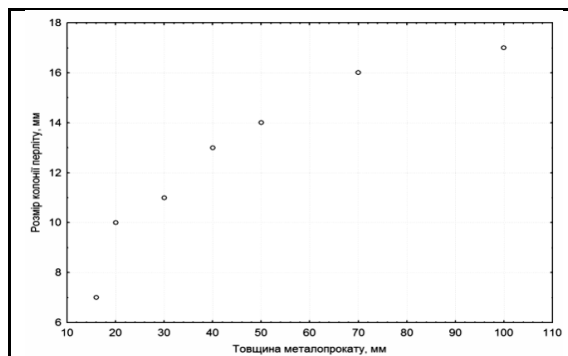
а



б



в



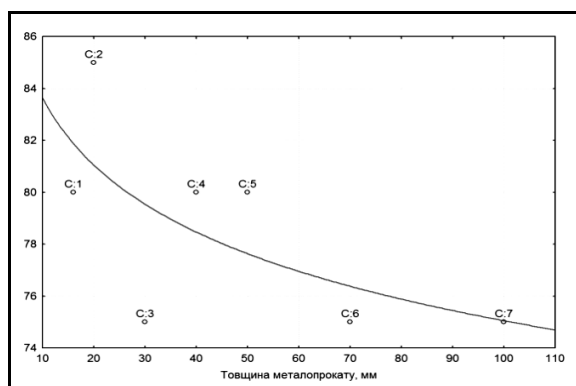
г

Рис. 3. Залежність параметрів структурного стану від товщини металопрокату: а – відсотковий вміст феритної складової; б – відсотковий вміст перлітної складової; в – середній розмір зерен фериту; г – середній розмір колоній перліту

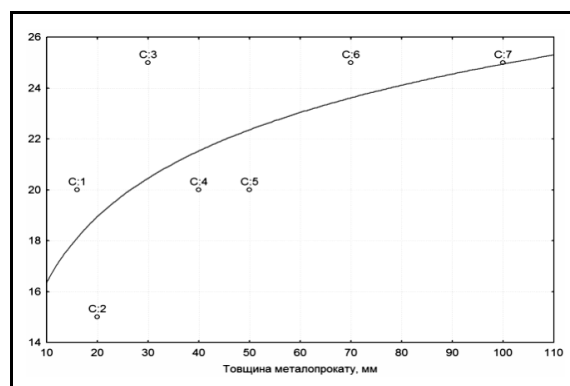
Таблиця 2

Загальні характеристики отриманих математичних моделей

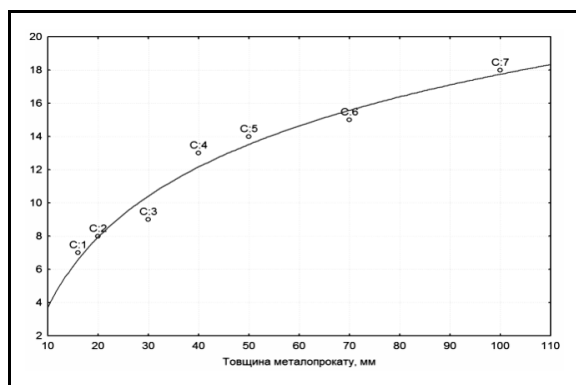
Параметр структурного стану	Рівняння	Коефіцієнти рівняння	
		b_0	b_1
Вміст феритної складової	$\%Fer = b_0 - b_1 \times \log_{10}(x)$	92,2152	8,5822
Вміст перлітної складової	$\%Pear = b_0 + b_1 \times \log_{10}(x)$	7,7848	8,5822
Розмір зерен фериту	$D_{fer} = -b_0 + b_1 \times \log_{10}(x)$	10,3035	14,0264
Розмір колоній перліту	$D_{pear} = -b_0 + b_1 \times \log_{10}(x)$	6,6271	10,0763



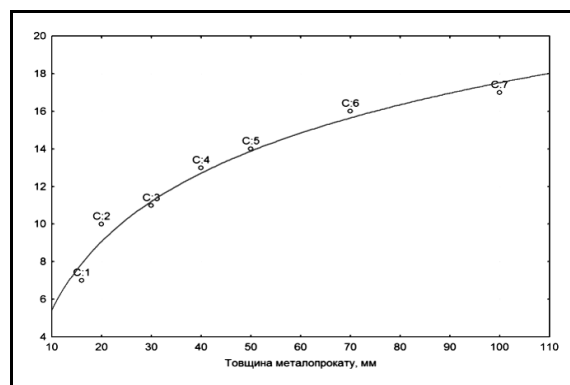
а



б



в



г

Рис. 4. Отримані регресійні моделі залежностей: а – відсотковий вміст феритної складової від товщини металопрокату; б – відсотковий вміст перлітної складової від товщини металопрокату; в – середній розмір зерен фериту від товщини металопрокату; г – середній розмір колоній перліту від товщини металопрокату

Для аналізу адекватності отриманих регресійних моделей в якості методу оцінювання використовується квазіньютон-новський метод залишків (різниць між вихідними значеннями залежної змінної і передбаченими за допомогою моделі). Застосування даної концепції дозволило оцінити ступінь адекватності отриманої моделі графічним методом (графік розподілу залишків на нормальному імовірнісному папері, рис. 5).

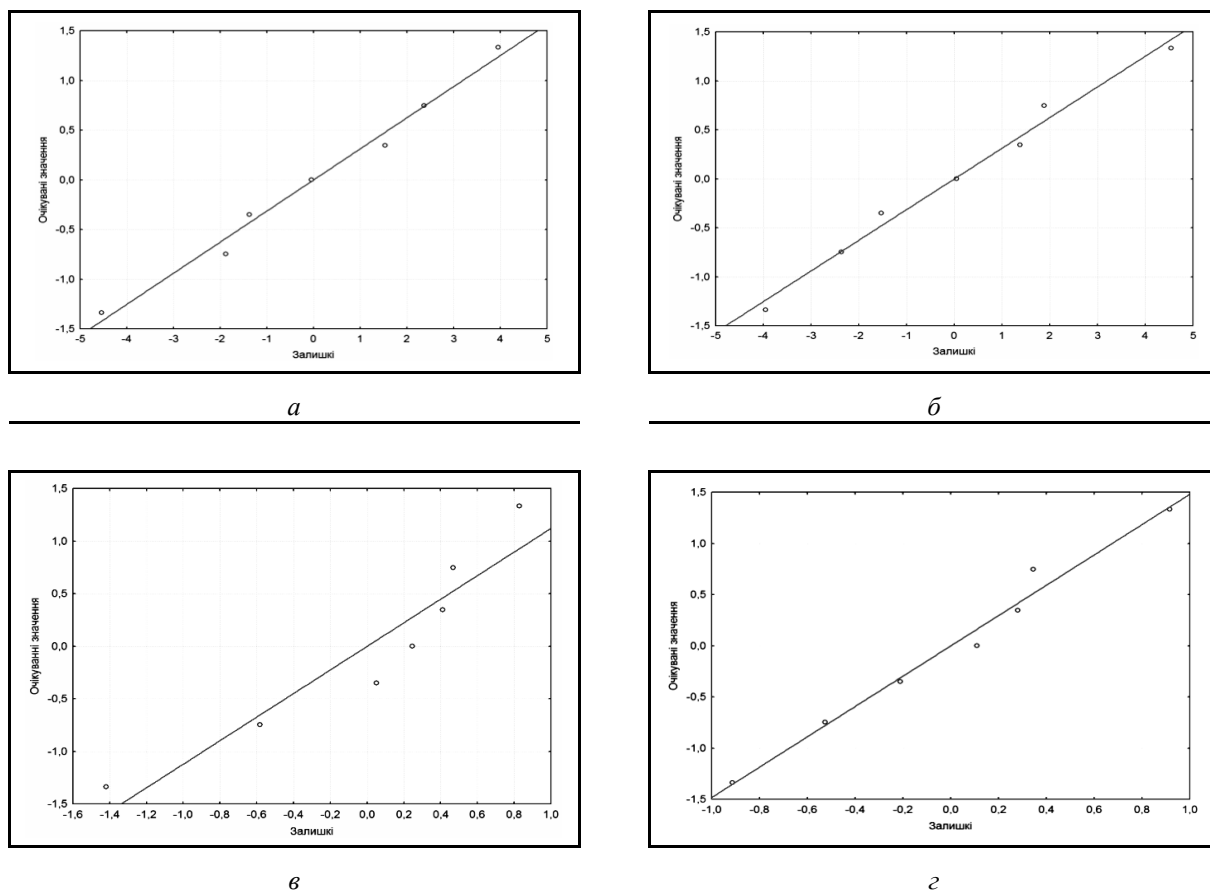


Рис. 5. Розподіл залишків на нормальному ймовірнісному папері: *а* – відсотковий вміст феритної складової; *б* – відсотковий вміст перлітної складової; *в* – середній розмір зерен фериту; *г* – середній розмір колоній перліту

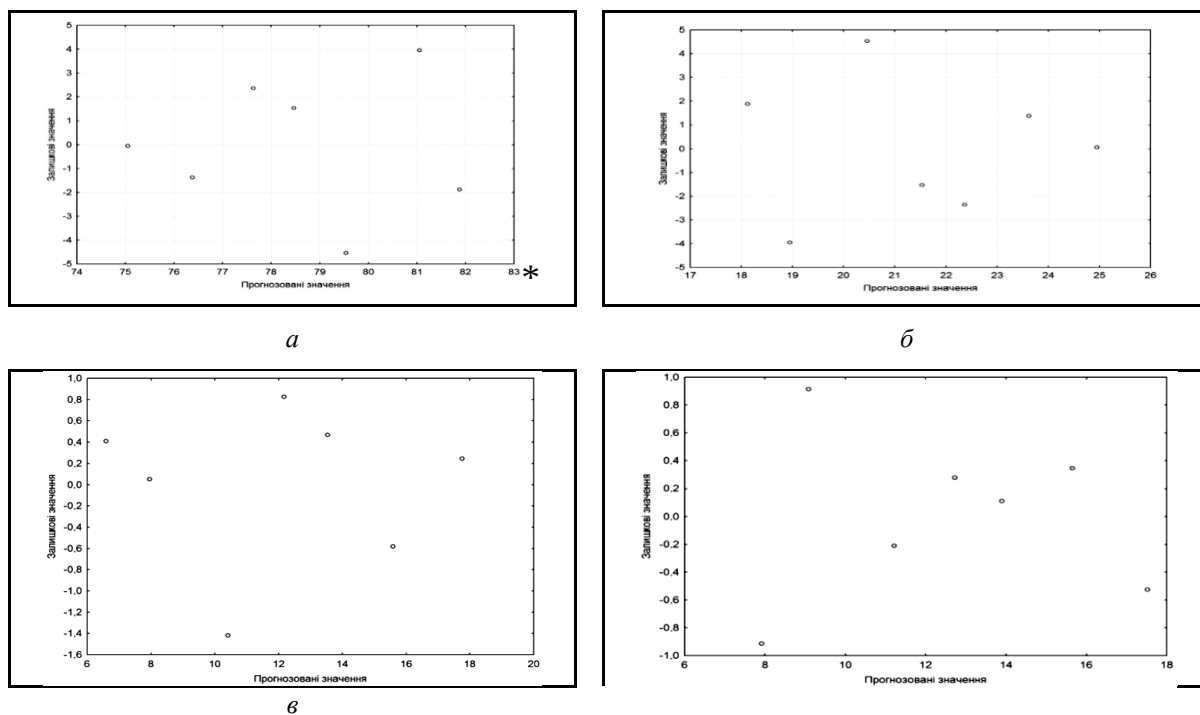


Рис. 6. Графіки розподілу залишків:
а – відсотковий вміст феритної складової;
б – відсотковий вміст перлітної складової;

в – середній розмір зерен фериту;
г – середній розмір колоній перліту

Аналіз наведених графіків показує, що, для всіх моделей, залишки з достатнім ступенем точності лягають на пряму, яка відповідає нормальному закону розподілу. Тому гіпотеза про нормальний розподіл помилок приймається. На рисунку 6 представлені графіки розподілу залишків. З наведених даних випливає, що, для усіх отриманих моделей, залишки хаотично розкидані на площині і в їх поведінці немає закономірностей. Немає підстави говорити, що залишки корелюють між собою. Отже, можна зробити висновок, що регресійні моделі достатньо адекватно описують залежності, які досліджувалися.

Висновки

1. Отримано математичні моделі взаємозв'язку між параметрами структурного стану та товщиною металопрокату з низьковуглецевих низьколегованих сталей.

2. Мікроструктурний аналіз показав, що мікроструктурними складовими усіх досліджуваних систем є ферит та перліт. Зі збільшенням товщини збільшується відсотковий вміст феритної складової з одночасним зменшенням кількості перліту. При цьому, спостерігається зріст розмірів структурних складових.

3. На підставі отриманих кількісних даних щодо залежності параметрів структурного стану від товщини металопрокату було побудовано відповідні регресійні моделі. Аналіз моделей показує, що аналізовані залежності мають нелінійний характер і описуються логарифмічними рівняннями типу $Y = b_0 + b_1 \times \log_{10}(x)$.

4. Адекватність отриманих регресійних моделей перевіряли з застосуванням квазіньютонівського методу залишків (графічним методом). Проведений аналіз показав, що регресійні моделі з достатнім ступенем адекватності описують залежності, які було досліджено.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Ловеїкін В. С. Теорія технічних систем. Київ : ЦП „КОМПРИНТ”, 2017. 291 с. URL: <https://files.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Inshi78/0058360.pdf>
2. Халатов А. А., Мочалін Є. В., Димитрієва Н. Ф. Основи теорії примежового шару : навч. посіб. для студ. спец. 105 «Прикладна фізика та наноматеріали». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 91 с. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/7b66a6ee-4371-49d6-909b-999c9b528c71/content>
3. Богданова Н. В., Богданов О. В. Математичне моделювання систем і процесів : конспект лекцій. [Електронний ресурс]. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 84 с. URL: <https://ela.kpi.ua/items/cc0ecc86-f3f6-472c-9550-c84cf780f7cc>
4. Форнальчик Є. Ю., Олісевич М. С., Мاستикаш О. Л., Пельо Р. А. Технічна експлуатація та надійність автомобілів : навч. посіб. Львів : Афіша, 2004. 492 с. URL: https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2021/Fornalchik_2004_492.pdf
5. Кветний Р. Н., Богач І. В., Бойко О. Р., Софіна О. Ю., Шушупа О. М. Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень. Частина 1: навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2012. 321 с. URL: <http://kist.ntu.edu.ua/textPhD/kmsp.pdf>
6. Герман В. Ф. Надійність гідромашин і гідроприводів : конспект лекцій. Суми : Сумський державний університет, 2013. 84 с. URL: <https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-download/123456789/48593/1/german.pdf;jsessionid=8F8BD039906C1A5C79232CCBB7233033>
7. Бекетов О. В., Лаухін Д. В., Дадіверіна Л. М., Козечко В. І., Тараненко А. О. Дослідження взаємозв'язку між товщиною та структурним станом металопрокату з низьковуглецевої низьколегованої сталі 10Г2ФБ. *Український журнал будівництва та архітектури*. 2024. № 2 (020). С. 26–33. URL: <http://uajcea.pgasa.dp.ua/article/view/305431>
8. Програмний комплекс StatSoftStatistika. URL: <https://statsoft.com>

REFERENCES

1. Loveikin V.S. *Teoriia tekhnichnykh system* [Theory of technical systems]. Kyiv : TsP “KOMPRYNТ”, 2017, 291 p. URL: <https://files.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Inshi78/0058360.pdf> (in Ukrainian).
2. Khalatov A.A., Mochalin Ye.V. and Dymytrieva N.F. *Osnovy teorii prymezhovoho sharu : navchalnyi posibnyk dlia studentiv spetsialnosti 105 “Prykladna fizyka ta nanomaterialy”* [Fundamentals of boundary layer theory: a textbook

for students of specialty 105 “Applied Physics and Nanomaterials”]. Kyiv : KPI im. Ihoria Sikorskoho Publ., 2019, 91 p. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/7b66a6ee-4371-49d6-909b-999c9b528c71/content> (in Ukrainian).

3. Bohdanova N.V. and Bohdanov O.V. *Matematychnе modeliuвання system i protsesiv : konspekt leksii* [Mathematical modeling of systems and processes : lecture notes]. Kyiv : KPI im. Ihoria Sikorskoho Publ., 2022, 84 p. URL: <https://ela.kpi.ua/items/cc0ecc86-f3f6-472c-9550-c84cf780f7cc> (in Ukrainian).

4. Fornalchyk Ye.Yu., Olishevych M.S., Mastykash O.L. and Pelo R.A. *Tekhnichna ekspluatatsiia ta nadiinist avtomobiliv : navch. posibnyk* [Technical operation and reliability of cars : a training manual]. Lviv : Afisha, 2004, 492 p. URL: https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2021/Fornalchik_2004_492.pdf (in Ukrainian).

5. Kvietnyi R.N., Bohach I.V., Boiko O.R., Sofyna O.Yu. and Shushura O.M. *Kompiuterne modeliuвання system ta protsesiv. Metody obchyslen. Chastyna 1 : navchalnyi posibnyk* [Computer modeling of systems and processes. Computational methods. Part 1 : tutorial]. Vinnytsia : VNTU Publ., 2012, 321 p. URL: <http://kist.ntu.edu.ua/textPhD/kmsp.pdf> (in Ukrainian).

6. Herman V.F. *Nadiinist hidromashyn i hidropriyvodiv : konspekt leksii* [Reliability of hydraulic machines and hydraulic drives : lecture notes]. Sumy : Sumskyi State University Publ., 2013, 84 p. URL: <https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-download/123456789/48593/1/german.pdf;jsessionid=8F8BD039906C1A5C79232CCBB7233033> (in Ukrainian).

7. Beketov O.V., Laukhin D.V., Dadiverina L.M., Kozechko V.I. and Taranenko A.O. *Doslidzhennia vzaïmozv'язku mizh товshchynoiu ta strukturnym stanom metaloprokatu z nyzkovuhletsevoi nyzkolehovanoi stali 10H2FB* [Research on the relationship between the thickness and structural condition of rolled metal from low-carbon low-alloy steel 10G2FB]. *Ukrayins'kyi zhurnal budivnytstva ta arkhitektury* [Ukrainian Journal of Civil Engineering and Architecture]. 2024, no. 2 (020), pp. 26–33. URL: <http://uajcea.pgasa.dp.ua/article/view/305431> (in Ukrainian).

8. *Prohramnyi kompleks StatSoftStatistika* [StatSoftStatistika software package]. URL: <https://statsoft.com> (in Ukrainian).

Надійшла до редакції: 01.08.2025.