

УДК 669.017:519.21

DOI: 10.30838/UJCEA.2312.051125.08.1186

ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ ВИРІШЕННЯ ВИРОБНИЧИХ ЗАВДАНЬ

БЕЗРУК Т. І.¹,
КУЗЬМЕНКО А. О.²,
ГАЙДАР А. М.^{3*}, канд. техн. наук, доц.,
РИЧКА Д. О.⁴, канд. юрид. наук, доц.,
ФЕДІНА В. Г.⁵, ст. викл.,
КІМ М. С.⁶

¹ Дніпровський ліцей № 31 «Пріоритет» Дніпровської міської ради, вул. Фабрично-заводська, 22, 49055, Дніпро, Україна, тел. +38 (067) 633-64-44, e-mail: infokaterinoslav@gmail.com

² Дніпровський ліцей № 31 «Пріоритет» Дніпровської міської ради, вул. Фабрично-Заводська, 22, 49089, Дніпро, Україна, тел. +38 (067) 125-64-43, e-mail: onino12345@gmail.com

^{3*} Кафедра технології будівельного виробництва, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (096) 367-70-57, e-mail: nastuel_gaidar@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0001-8993-1458

⁴ Кафедра публічного управління та права, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (067) 561-81-00, e-mail: rychka.denys@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0001-0207-907X

⁵ Кафедра технології будівельного виробництва, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (096) 593-37-31, e-mail: fedina.violetta@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0005-0085-4721

⁶ ДТЕЛ № 61 «ЕРУДИТ» Дніпровської міської ради, вул. Василя Сліпака, 50, 49033, Дніпро, Україна, тел. +38 (067) 439-10-25, e-mail: sunmoonlife24@gmail.com

Анотація. Вступ. Формування якості масивних металевих виробів залежить від широкого спектра чинників, що значно ускладнює процес їхнього аналізу із застосуванням неруйнівних методів контролю. У зв'язку з тим, що фрактальна теорія забезпечує більш гнучкий та достовірний підхід до дослідження структур складних об'єктів різної природи, у даній роботі розглянуто перспективи її використання для оцінки металевої мікроструктури. **Методика.** У дослідженні використано підхід математичного моделювання якісних характеристик прокатних валків із чавуну шляхом аналізу фрактальної розмірності їхніх структурних елементів. Для обчислення фрактальної розмірності було розроблено та реалізовано спеціалізовану методику, яка дозволяє кількісно оцінити складові мікроструктури металу. **Практичне значення.** Встановлено, що механічні характеристики чавунних валків мають виражену залежність від фрактальної розмірності таких елементів, як перліт, карбіди та графіт. Найвища чутливість міцнісних показників спостерігається щодо карбідної та графітової фаз. Запропонований підхід дав змогу побудувати математичну модель, що дозволяє прогнозувати фізико-механічні властивості валків із точністю 5–7 %, ґрунтуючись на розмірнісних характеристиках найбільш впливових мікроструктурних компонентів. **Висновки.** Доведено, що застосування фрактального аналізу до оцінювання внутрішньої будови чавунних валків дозволяє формалізувати критерії їхньої якості у вигляді математичної моделі, що враховує структуру окремих фаз матеріалу. Створено неруйнівний метод контролю, що дозволяє прогнозувати якість чавунних валків завдяки аналізу їх будови з використанням теорії фракталів. Подібний підхід дозволяє заощаджувати кошти на реалізацію механічних іспитів, що зменшує часово-матеріальні витрати на контроль якості чавунних валків.

Ключові слова: моделювання; метал; будова; теорія фракталів; якість чавуну

APPLICATION OF MATHEMATICAL TECHNOLOGIES TO SOLVING PRODUCTION PROBLEMS

BEZRUK T.I.¹,
KUZMENKO A.O.²,
HAIDAR A.M.^{3*}, Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.,
RYCHKA D.O.⁴, Cand. Sc. (Legal Sciences), Assoc. Prof.,
FEDINA V.G.⁵, Sen. Lect.,

KIM M.S.⁶

¹ Dnipro Lyceum no. 31 "Prioritet" of the Dnipro City Council, 22, Fabrychno-Zavodska St., Dnipro, 49055, Ukraine, tel. +38 (067) 633-64-44, e-mail: infokaterinoslav@gmail.com

² Dnipro lyceum no. 31, "Prioritet" of the Dnipro City Council, 22, Fabrichno-Zavodska St., Dnipro, 49089, Ukraine, tel. +38 (099) 463-58-62, e-mail: onino12345@gmail.com

³ Department of Construction Technologies, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI "Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (096) 367-70-57, e-mail: nastuel_gaidar@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0001-8993-1458

⁴ Department of Public Administration and Law, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI "Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (096) 367-70-57, e-mail: rychka.denys@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0001-0207-907X

⁵ Department of Construction Technologies, Ukrainian State University of Science and Technologies, ESI "Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (096) 593-37-31, e-mail: fedina.violetta@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0005-0085-4721

⁶ DTEL no. 61 "ERUDY" DCR, 22, Vasyl Slipak St., Dnipro, 49033, Ukraine, tel. +38 (067) 439-10-25, e-mail: sunmoonlife24@gmail.com

Abstract. Introduction. The formation of quality in massive metal products is influenced by a wide range of factors, which significantly complicates their evaluation using non-destructive testing methods. Given that fractal theory offers a more flexible and reliable framework for analyzing the structure of complex systems of various natures, this study explores the potential of applying fractal analysis to the assessment of metallic microstructures. **Methodology.** This research employs a mathematical modeling approach to predict the quality characteristics of cast iron rolls based on the analysis of the fractal dimension of their structural components. A specialized methodology was developed and implemented to calculate the fractal dimension, allowing for a quantitative assessment of the microstructural elements of the metal. **Practical Significance.** The study established a strong correlation between the mechanical properties of cast iron rolls and the fractal dimension of specific structural phases such as pearlite, carbides, and graphite. The highest sensitivity of mechanical strength indicators was observed with respect to the fractal characteristics of the carbide and graphite phases. The proposed approach enabled the construction of a predictive mathematical model that estimates the physical and mechanical properties of rolls with an accuracy of 5–7 %, based on the dimensional parameters of the most influential microstructural constituents. **Conclusions.** It has been demonstrated that the application of fractal analysis to the internal structure of cast iron rolls allows for the formalization of quality criteria in the form of a mathematical model that accounts for the structural configuration of individual phases. A non-destructive method has been developed that enables prediction of cast iron roll quality through structural analysis utilizing fractal theory. This approach offers cost-efficiency by reducing the need for mechanical testing, thereby minimizing time and material expenses associated with quality control processes.

Keywords: modeling; metal; structure; fractal theory; cast iron quality

Вступ. У сучасному металознавстві неруйнівні методи контролю (НМК) відіграють ключову роль у забезпеченні якості, надійності та безпеки металевих виробів і конструкцій. Їхня унікальна перевага полягає в можливості дослідження матеріалів без порушення їх цілісності, що є надзвичайно важливим як у виробничих процесах, так і на етапі експлуатації [1; 2].

Оскільки властивості металів визначаються не лише хімічним складом, а й особливостями мікро- та макроструктури, НМК дозволяють отримати критично важливу інформацію про внутрішній стан матеріалу, включаючи наявність дефектів, неоднорідностей, залишкових напружень і мікроструктурних особливостей [3; 4]. Зокрема, такі методи, як ультразвуковий, рентгенографічний, магнітний,

вихрострумний та акустико-емісійний контроль, дають змогу виконувати точну діагностику металевих компонентів у реальному часі та в умовах експлуатаційного навантаження.

У контексті наукових досліджень НМК відкривають можливості для вивчення еволюції структури під впливом термічної чи механічної обробки, а також для кореляції мікроструктурних параметрів з експлуатаційними характеристиками. Зокрема, інноваційні підходи, такі як використання фрактального аналізу або машинного навчання у поєднанні з НМК, значно розширюють межі діагностики матеріалів і дають змогу формувати нові критерії оцінювання їхнього стану [5–7].

Крім того, НМК мають визначальне значення у стратегічних галузях, таких як

авіація, енергетика, машинобудування та оборонна промисловість, де навіть незначні дефекти можуть призвести до катастрофічних наслідків. Відповідно, впровадження таких методів забезпечує не лише економічну ефективність за рахунок зменшення відходів і продовження ресурсу деталей, але й гарантує високий рівень техногенної безпеки.

Таким чином, неруйнівні методи контролю є не лише інструментом технічного моніторингу, але й невід'ємною частиною фундаментальних досліджень у галузі металознавства, сприяючи глибшому

розумінню взаємозв'язку між структурою і властивостями металів.

З метою мінімізації витрат на оцінювання якісних характеристик металів у роботі запропоновано застосування фрактальної теорії, яка зарекомендувала себе як ефективний інструмент для аналізу структури та властивостей різноманітних матеріалів [8; 9].

Методика. В роботі досліджувався вплив фрактальної розмірності елементів структури чавуну марки СПХН (рис. 1) для виробництва валків на показники їх твердості.



Рис. 1. Чавунні валки виконання СПХН

Валки, виготовлені з чавуну марки СПХН-45, СПХН-50 класифікуються як сортопрокатні (С) за функціональним призначенням. Структура цього матеріалу характеризується наявністю пластинчастого графіту (П), а робочий шар валків легований хромом (Х) і нікелем (Н), що позначено у маркуванні відповідними індексами.

Чавунні валки СПХН-45, СПХН-50 широко використовуються для

виготовлення валків чорнових клітей дрібно-, середньосортних та трубопрокатних станів, а також валків обжимних і чорнових клітей сортопрокатних ліній. У межах цього дослідження було проаналізовано, яким чином структурні характеристики згаданої марки чавуну впливають на її механічні властивості – зокрема, на твердість.

У таблиці 1 представлено дані про хімічний склад чавунів після двох плавок, без застосування термічної обробки.

Таблиця 1

Хімічний склад чавунів по масі в %

Марка валку	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Cu
СПХН-47	3,10	0,90	0,69	0,120	0,035	0,72	1,27	0,30
СПХН-45	2,92	0,82	0,64	0,111	0,035	0,77	1,18	0,27

Чавунні валки, виготовлені з матеріалу марки СПХН-45, СПХН-47 характери-

зуються наступними геометричними параметрами: один з валків має бочку

діаметром 540 мм при довжині 1000 мм, інший – бочку діаметром 680 мм при такій самій довжині, тобто 1100 мм. Відповідні розміри представлені у форматі 540×1000 мм та 680×1100 мм.

У таблиці 2 подано результати вимірювання твердості досліджуваних зразків, що були отримані згідно з методом

Шора, передбаченим стандартом ГОСТ 23273-78. Експериментальні випробування проводилися на Дніпровському заводі прокатних валків (ДЗПВ). Для забезпечення репрезентативності даних твердості, вимірювання здійснювалися в трьох контрольних точках, розміщених рівномірно вздовж довжини бочки кожного валка.

Таблиця 2

Твердість чавуну за методом Шора

Чавун марки СПХН-47		Чавун марки СПХН-45	
№ зразка	Твердість бочки валків, HSD	№ зразка	Твердість бочки валків, HSD
1	50	1	49
2	49	2	48
3	48	3	47
4	51	4	48
5	47	5	47
6	50	6	46
7	49	7	48

На рисунку 2, *а-г* представлено мікроструктуру досліджуваного чавуну. За результатами мікроскопічного аналізу встановлено, що матеріал являє собою перлітний чавун, частка перліту в якому становить приблизно 77–82 %. Сплав є мікролегованим хромом і нікелем, що

сприяє підвищенню механічних властивостей та термостійкості. У структурі також виявлено до 2,5 % пластинчастого графіту, який рівномірно розподілений у металевій матриці, та карбіди заліза типу Fe_3C , концентрація яких коливається в межах 15–20 %.

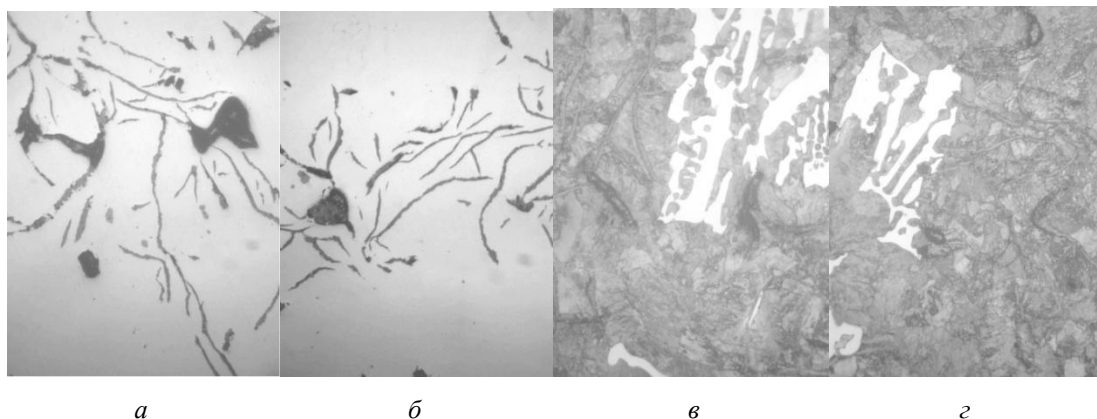


Рис. 1. Мікроструктура чавуну бочки валка виконання СПХН-45 (*а, в*), СПХН-47 (*б, г*) на відстані 8 мм від поверхні: форма пластинчатий графіт (*а, б*); колонії ледебуриту, пластинчатий графіт та перлітна матриця (*в, г*), $\times 200$

Розмірність фрактальна D структурних складових валкового чавуну СПХН визначалася за кінтинним методом Хаусдорфа:

$$D = -\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(\delta)}{\ln \delta}, \quad (1)$$

де $N(\delta)$ – кількість кліток, якими покривається структура; δ – лінійний розмір клітини [9].

Практичне значення. Фрактальна геометрія, яка розвинулась на перетині математики, фізики та теорії складних систем, дедалі активніше використовується у матеріалознавстві для моделювання та аналізу структурної організації матеріалів. Її основна перевага полягає у здатності адекватно описувати складні, ієрархічно організовані об'єкти, структура яких характеризується самоподібністю, нерівномірністю та відсутністю характерного масштабу – властивостями, типовими для багатьох мікроструктурних елементів металів, композитів, кераміки та інших матеріалів [10–12].

Однією з ключових фрактальних характеристик є фрактальна розмірність [13–15], яка дозволяє кількісно оцінити складність структури. У контексті металознавства це надає можливість чисельно описувати морфологію фазових складових, таких як зерна, включення, пори, карбіди, графітові включення тощо, що раніше оцінювались лише якісно або за спрощеними метричними показниками [16; 17]. Встановлення кореляцій між фрактальною розмірністю структурних елементів і експлуатаційними властивостями матеріалів (міцністю, твердістю, зносостійкістю, тріщиностійкістю) відкриває нові можливості для прогнозування поведінки матеріалів за допомогою математичних моделей [18–20].

Зокрема, у випадку вивчення чавунів, фрактальний підхід дозволяє визначити зв'язок між геометричними характеристиками графітових включень і механічними властивостями виробу. Подібні підходи успішно використовуються для оцінювання неоднорідностей у зварних швах, прогнозування росту тріщин у металі під дією втомного навантаження, аналізу пористих структур тощо. Завдяки цьому фрактальний аналіз стає інструментом не лише опису, а й інформативної діагностики,

що дає змогу з високою точністю передбачати зміну характеристик матеріалів в умовах експлуатації або обробки [21].

Крім того, фрактальні методи добре інтегруються з сучасними цифровими технологіями аналізу зображень, що дозволяє автоматизувати процедуру обробки мікроструктурних знімків, забезпечуючи об'єктивність та високу повторюваність результатів. Це особливо актуально у контексті сучасного тренду до цифровізації контролю якості матеріалів і впровадження індустрії 4.0.

Таким чином, фрактальна геометрія виступає потужним інструментом у прогностичному аналізі якості матеріалів, забезпечуючи як глибше розуміння структури, так і створення ефективних моделей для контролю та управління технологічними процесами [22].

У межах цього дослідження було проведено аналіз залежностей між фрактальними розмірностями основних структурних компонентів чавуну – графіту, перліту та карбідів – та показниками твердості матеріалу.

На рисунку 2 (а–в) наведено графічні інтерпретації взаємозв'язків між фрактальними розмірностями відповідних фаз і значеннями твердості, отриманими експериментально. Результати аналізу свідчать про виражену кореляцію між просторовою складністю (тобто фрактальністю) морфології графіту й перліту та твердістю чавуну. Зокрема, найбільш тісний зв'язок встановлено для графіту – коефіцієнт детермінації становить $R^2 = 0,95$, що вказує на лінійну залежність твердості від фрактального параметра графітової фази. Для перліту коефіцієнт детермінації трохи нижчий – $R^2 = 0,92$, проте також свідчить про високий ступінь впливу його фрактальної розмірності на механічні характеристики сплаву.

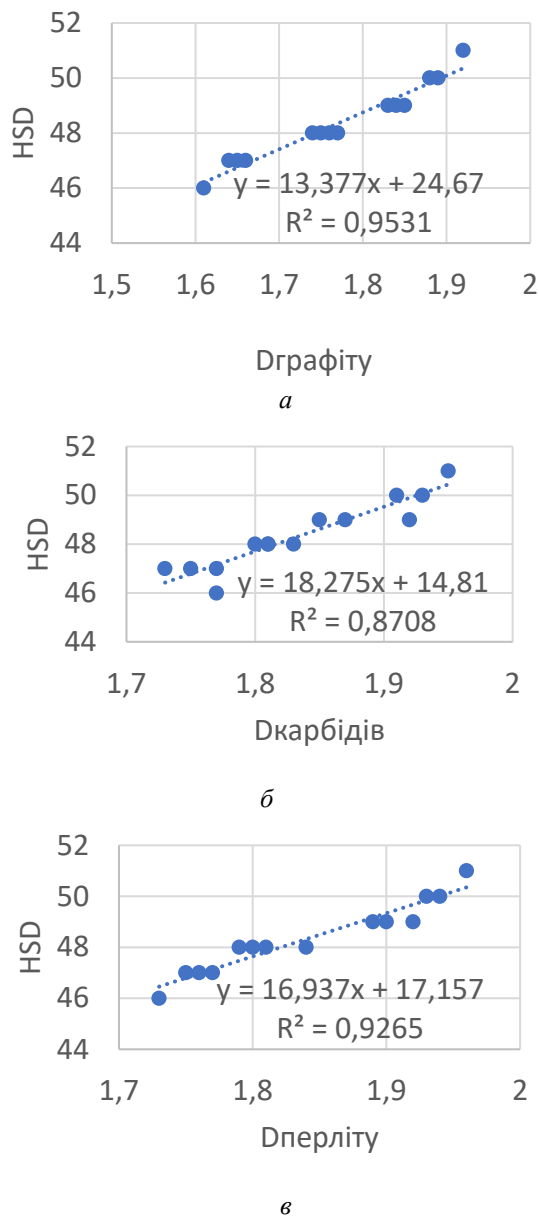


Рис. 2. Залежність показників твердості чавуну марки СІХН-45, СІХН-47 від фрактальної розмірності D – графіту (а); карбідів (б); перліту (в)

Карбідна фаза демонструє відносно нижчий ступінь кореляції, хоча й досить

значущий – $R^2 = 0,87$. Це може пояснюватися як меншою варіативністю просторової організації карбідів, так і складністю точної ідентифікації їх меж у мікроструктурі при цифровому аналізі зображень. Однак навіть за таких умов фрактальна розмірність цієї фази зберігає прогностичну здатність щодо твердості.

На підставі отриманих результатів було побудовано фрактальні моделі прогнозування твердості металу, яка враховує комплексну морфологічну характеристику структури. Середнє значення відносної похибки моделей становить менше ніж 6 %, що підтверджує їх високу точність та придатність для практичного використання в технологічному контролі матеріалів.

Висновки

Запропоновано фрактально-орієнтований підхід до оцінки якості чавунних валків, що полягає у кількісному визначенні взаємозв'язку між фрактальною складністю структурних елементів мікроструктури й механічними властивостями, зокрема твердістю. Отримані результати демонструють, що фрактальні розмірності графіту, перліту та карбідів можуть служити інформативними параметрами для побудови моделей прогнозування якості литих виробів. Таким чином, фрактальний аналіз мікроструктури може розглядатися як перспективний інструмент для інтеграції в системи контролю властивостей та оптимізації структури матеріалів прокатного призначення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Hlushkova D. B., Bagrov V. A., Demchenko S. V., Volchuk V. M., Kalinin O. V., Kalinina N. E. Structure and properties of powder gas-plasma coatings based on nickel. *БАИТ*. 2022. № 4 (140). Pp. 125–130.
2. Uzlov O., Bolshakov V. Investigation of acicular ferrite structure in HSLA steel. Proceedings of the “Materials Week 2002”. Frankfurt : Werkstoff-Informationsgesellschaft, 2002. Pp. 14–20. URL: www.irbis-nbuv.gov.ua/cgiirbis_64.exe?
3. Дубров Ю. И., Волчук В. Н., Большаков В. И. Применение экспертной информации при формировании активного эксперимента в материаловедении. *Моделирование и оптимизация в материаловедении : матер. к 40-й междунар. сем. по моделированию и оптимизации композитов*. Одесса : АстроПринт, 2001. С. 25–26.

4. Дубров Ю., Большаков В., Волчук В. Пути идентификации периодических многокритериальных технологий : монография. Саарбрюккен : Palmarium Academic Publishing, 2015. 236 с. URL: <https://www.palmarium-publishing.ru/extern/listprojects>
5. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. О применении фрактального формализма при математическом описании структур. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2016. № 2. С. 26–33. URL: <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/27-33>
6. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. К вопросу о постановке задачи идентификации фрактальной структуры металла. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2016. № 5. С. 35–39. URL: <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/68905/63995>
7. Большаков В., Волчук В., Дубров Ю. Пути применения теории фракталов : монография. Саарбрюккен : Palmarium Academic Publishing, 2016. 146 с.
8. Volchuk V., Dubrov Yu. Ways of compensation of incomplete formal axiomatics in identification of complex objects. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2018. № 4. С. 31–35. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMHTM.2413.261218.31.562>
9. Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik*. 1931. Vol. 38. № 1. Pp. 173–198.
10. Большаков Вад. І., Большаков В. І., Волчук В. М., Дубров Ю. І. Часткова компенсація неповноти формальної аксіоматики при ідентифікації структури металу. *Вісник НАН України*. 2014. № 12. С. 45–48. URL: <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/73434>
11. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Материаловедческие аспекты применения частичной компенсации неполноты формальной аксиоматики. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2015. № 5. С. 10–16. URL : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/47385/43497>
12. Mandelbrot B. B. The Fractal Geometry of Nature : monograph. Nev-Yuork, San Francisco : Freeman, 1982. 480 p. URL: <http://www.amazon.com/Fractal-Geometry-Nature-Benoit-Mandelbrot/dp/0716711869>
13. Zhuravel' I. M., Svirs'ka L. M. Measurement of the mean grain size in a metal by using fractal dimensions. *Materials Science*. 2010. Vol. 46. № 3. Pp. 418–420.
14. Zhuravel' I. M. Computer Analysis of the Distribution of Grain Sizes in the Structure of 12Kh1MF Steel After Operation. *Materials Science*. 2019. Vol. 55. № 2. Pp. 187–192.
15. Bol'shakov V., Volchuk V., Dubrov Yu. Fractals and properties of materials : monograph. Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2016. 140 p. URL: <https://www.lap-publishing.com/catalog/details/store/tr/book/978-3-330-01812-9/fractals-and-properties-of-materials?search=Fractals>
16. Bolshakov V. I., Volchuk V. M., Dubrov Yu. I. Regularization of One Conditionally III-Posed Problem of Extractive Metallurgy. *Metallfizika i Noveishie Tekhnologii*. 2018. Vol. 40, № 9. Pp. 1165–1171. URL: [DOI: 10.15407/mfint.40.09.1165](https://doi.org/10.15407/mfint.40.09.1165)
17. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Топологические и фрактальные инварианты структуры для оценки качества металла. *Доповіді НАН України*. 2017. № 4. С. 42–48. URL: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.04.00>
18. Волчук В. Н. Разработка и исследование метода определения качественных характеристик металла на основе анализа фрактальной размерности его микроструктуры : дисс. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук : 05.02.01. Днепропетровск, 2003. 186 с.
19. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Применение фрактального моделирования при оценке структуры и свойств металлов. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2018. № 1. С. 50–55. URL: <https://DOI:10.30838/J.PMHTM.2413.240418.50.105>
20. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S., Orešković M. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism. *Tehnički glasnik – Technical Journal*. 2018. Vol. 12. № 2. Pp. 93–97. URL: <https://hrcak.srce.hr/202359>
21. Волчук В. Н. К вопросу о применении теории мультифракталов для оценки механических свойств металла. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2014. № 3. С. 12–19. URL: <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/12-19>
22. Волчук В. М. Модель оцінювання твердості чавунних валків СПХН-43 та СШХНФ-47. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2019. № 4. С. 22–35. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMHTM.2413.241219.22.597>

REFERENCES

1. Hlushkova D.B., Bagrov V.A., Demchenko S.V., Volchuk V.M., Kalinin O.V. and Kalinina N.E. Structure and properties of powder gas-plasma coatings based on nickel. *VANT*. 2022, no. 4 (140), pp. 125–130.
2. Uzlov O. and Bolchakov V. Investigation of Acicular Ferrite Structure in HSLA Steel. Proceedings of the “Materials Week 2002”. Frankfurt : Werkstoff-Informationsgesellschaft, 2002, pp. 14–20. URL: [www.irbis-nbuv.gov.ua /.../ cgiirbis_64.exe?](http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgiirbis_64.exe?)

3. Dubrov Yu.I., Volchuk V.N. and Bol'shakov V.I. *Primeneniye ekspertnoy informatsii pri formirovaniy aktivnogo eksperimenta v materialovedenii* [Application of expert information in the formation of an active experiment in materials science]. *Modelirovanie i optimizatsiya v materialovedenii : mater. k 40-j mezhdunar. sem. po modelirovaniyu i optimizatsii kompozitov* [The Modeling and Optimization in Materials Science : Proc. of the 40th International Seminar on Modeling and Optimization of Composites]. Odessa, 2001, pp. 25–26. (in Russian)..

4. Dubrov Yu., Bolshakov V. and Volchuk V. *Puti identifikatsii periodicheskikh mnogokriterial'nykh tekhnologiy* [Road periodic identification of multi-criteria Technology]. Saarbrucken : Palmarium Academic Publishing, 2015, 236 p. URL: <https://www.palmarium-publishing.ru/extern/listprojects> (in Russian).

5. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *O primenenii fraktal'nogo formalizma pri matematicheskom opisani struktur* [The fractal application formalism in mathematical description of the structure]. *Metallorazrabotka ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2016, no. 2, pp. 26–33. URL: <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/27-33> (in Russian).

6. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *K voprosu o postanovke zadachi identifikatsii fraktal'noy struktury metalla* [Statement on the issue of the problem identification of fractal metal structures]. *Visnyk Prydniprov's'koy derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprov's'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2016, no. 5, pp. 35–39. URL: <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/68905/63995> (in Russian).

7. Bol'shakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Puti primeneniya teorii fraktalov* [Ways of applying the theory of fractals]. Saarbrucken : Palmarium Academic Publishing, 2016, 146 p. (in Russian).

8. Volchuk V. and Dubrov Y. Ways of compensation of incomplete formal axiomatics in identification of complex objects. *Metallorazrabotka ta termichna obrobka metaliv* [Physical Metallurgy and Heat Treatment of Metals]. 2018, no. 4, pp. 31–35. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMHTM.2413.261218.31.562>

9. Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. Monatshefte für Mathematik und Physik. 1931, vol. 38, no. 1, pp. 173–198. (in Germany).

10. Bol'shakov Vad.I., Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Chastkova kompensatsiya nepovnoty formal'noyi aksiomatyky pry identyfikatsiyi struktury metalu* [The partial compensation of incompleteness of formal axiomatics in the identification of the metal structure]. *Visnyk akademiyi nauk Ukrayiny* [Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2014, no. 12, pp. 45–48. URL: <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/73434> (in Ukrainian).

11. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Materialovedcheskiye aspekty primeneniya chastichnoy kompensatsii nepolnoty formal'noy aksiomatiki* [Material aspects of use of partial compensation of incompleteness of formal axiomatics]. *Visnyk Prydniprov's'koy derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2015, no. 5, pp. 10–16. URL : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/47385/43497> (in Ukrainian).

12. Mandelbrot B. B. *The Fractal Geometry of Nature*. Nev-Yuork, San Francisco Freeman, 1982, 480 p.

13. Zhuravel' I.M. and Svirs'ka L.M. Measurement of the mean grain size in a metal by using fractal dimensions. *Materials Science*. 2015, vol. 46, no. 3, pp. 418–420.

14. Zhuravel' I.M. Computer Analysis of the Distribution of Grain Sizes in the Structure of 12Kh1MF Steel After Operation. *Materials Science*. 2019, vol. 55, no. 2, pp. 187–192.

15. Bolshakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Fractals and properties of materials*. Saarbrucken : Lambert Academic Publishing, 2016, 140 p. URL: <https://www.lap-publishing.com/catalog/details/store/tr/book/978-3-330-01812-9/fractals-and-properties-of-materials?search=Fractals>

16. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. Regularization of One Conditionally ill-Posed Problem of Extractive Metallurgy. *Metallorazrabotka i Noveishie Tekhnologii*. 2018, vol. 40, no 9, pp. 1165–1171. URL: DOI: [10.15407/mfint.40.09.1165](https://doi.org/10.15407/mfint.40.09.1165)

17. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Topologicheskkiye i fraktal'nyye invarianty struktury dlya otsenki kachestva metalla* [Topological and fractal invariants of a structure to assess the quality of a metal]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2017, no. 4, pp. 42–48. (in Russian).

18. Volchuk V.M. *Rozroblennia i doslidzhennia metodu vyznachennia yakisnykh kharakterystyk metalu na osnovi analizu fraktalnoi rozmirnosti yoho mikrostruktury : diss. na soisk. uchen. step. kand. tehn. nauk : 05.02.01* [Development and research of the method for determining the qualitative characteristics of a metal on the basis of an analysis of the fractal dimension of its microstructure : Candidate Dissertation for Technical Sciences (05.02.01 – Materials Science)]. Dnipropetrovsk, 2003, 186 p. (in Ukrainian).

19. Bol'shakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Primeneniye fraktal'nogo modelirovaniya pri otsenke struktury i svoystv metallov* [Application of fractal modelling at the estimation of the structure and properties of metals]. *Metallorazrabotka ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2018, no. 1, pp. 50–55. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMHTM.2413.240418.50.105> (in Russian).

20. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S. and Orešković M. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism. *Tehnički glasnik – Technical Journal*. 2018, vol. 12, no. 2, pp. 93–97.

21. Volchuk V.N. *K voprosu o primenenii teorii mul'tifraktalov dlya otsenki mekhanicheskikh svoystv metalla* [On the application of the theory of multifractals for the evaluation of the mechanical properties of a metal]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2014, no. 3, pp. 12–19. URL: <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/12-19> (in Russian).

22. Volchuk V.M. *Model' otsinyuvannya tverdosti chavunnykh valkiv СІХН-43 та СІХНФ-47* [Model of assessment of the hardness of the iron rollers СІХН-43 and СІХНФ-47]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Physical Metallurgy and Heat Treatment of Metals]. 2014, no. 3, pp. 12–19. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMHTM.2413.241219.22.597> (in Ukrainian).

Надійшла до редакції: 21.08.2025.

УДК 620.181.4:691.714

DOI: 10.30838/UJCEA.2312.051125.16.1187

ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ АНАЛІЗУ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКУ МІЖ ТОВЩИНОЮ МЕТАЛОПРОКАТУ ТА ПАРАМЕТРАМИ СТРУКТУРНОГО СТАНУ НИЗЬКОВУГЛЕЦЕВИХ НИЗЬКОЛЕГОВАНИХ СТАЛЕЙ

БЕКЕТОВ О. В.^{1*}, докт. техн. наук, доц.,
ЛАУХІН Д. В.², докт. техн. наук, проф.,
РАКАЄВ О. М.³, ст. викл.,
ТИКВЕНКО П. А.⁴, асп.,
КУЗНЕЦОВ С. В.⁵, асп.

^{1*} Кафедра фундаментальних і природничих дисциплін, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 604-61-86, e-mail: beketov.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-0664-0327

² Кафедра фундаментальних і природничих дисциплін, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», пр. Дмитра Яворницького, 19, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 585-54-29, e-mail: Laukhin.D.V@nmu.one, ORCID ID: 0000-0002-9842-499X

³ Кафедра експлуатації та ремонту машин, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 682-10-96, e-mail: rakaiev.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0001-3173-0140

⁴ Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 650-90-22, e-mail: pavel.mt72@gmail.com, ORCID ID: 0009-0003-7481-2191

⁵ Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Український державний університет науки і технологій, ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 650-90-22, e-mail: sunreal69@gmail.com, ORCID ID: 0009-0006-4769-0725

Анотація. З точки зору фізики, основна задача при аналізі технічних систем полягає у визначенні реального стану системи з повної множини допустимих, шляхом проведення відповідного комплексу досліджень. При цьому, постає можливість використання як натурних об'єктів так і їх імітації, тобто моделей. При застосування натурного експерименту засоби експериментального дослідження взаємодіють безпосередньо з об'єктом (зразком), який досліджується. При модельному експерименті випробування проводяться не з самим зразком, а з його заміником – моделлю. З іншого боку, з точки зору прикладного матеріалознавства, прикладом системи «чорна скриня» може бути залежність параметрів, які характеризують структурний стан металопродукату (розміри структурних складових, їх відсотковий вміст тощо) від його геометричних властивостей (товщина металопродукату). Отже, сенс будь-якого моделювання полягає в спроможності за результатами дослідів, які проведено на моделях, отримувати якісні та кількісні взаємозв'язки між фізичними величинами, які визначають поведінку системи в натурних умовах. При цьому, застосування замість експериментальних зразків їх моделей дозволяє суттєво знизити собівартість натурних експериментальних досліджень. Таким чином, виходячи з принципів побудови моделей подібного типу, актуальним є розробка методик їх застосування для вирішення низки прикладних задач сучасного матеріалознавства. **Мета статті** – отримання математичної моделі взаємозв'язку між параметрами структурного стану та товщиною металопродукату з низьковуглецевих низьколегованих сталей. **Висновок.** Отримано математичні моделі взаємозв'язку між параметрами структурного