

10. Андрианов И. В., Маневич Л. И. К расчету напряженно-деформированного состояния ортотропной полосы, подкрепленной ребрами жесткости / Изв. АН СССР. – Механика твердого тела, 1975. – № 4. – С. 135 – 140.

11. Лесничая В. А., Маневич Л. И. Асимптотическое исследование колебаний пластин, подкрепленных ребрами жесткости. – Прикладная механика, 1980. – Т. 16. – № 7. – С. 67 – 72.

12. Awrejcewicz J., Andrianov I., Manevitch L. Asymptotic Approaches in Nonlinear Dynamics : New Trends and Applications. – Heidelberg : Springer Verlag, 1998. – 310 с.

УДК 519.6:504.3.054

РАСЧЕТ КАЧЕСТВА ВОЗДУШНОЙ СРЕДЫ В СЕЛИТЕБНЫХ РАЙОНАХ ГОРОДА

*Т. И. Русакова**, асс., *Н. Н. Беляев***, д. т. н., проф.

**Днепропетровский национальный университет им. О. Гончара*

***Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта
им. академика В. Лазаряна*

Ключевые слова: интенсивность выброса, загрязнение от автотранспорта, рассеивание загрязняющих веществ, завихренность, уравнение переноса примеси, численная модель, концентрация загрязнения, селитебный район города.

Постановка проблемы и анализ публикаций. Как известно, автотранспорт является одним из наиболее мощных источников загрязнения воздушной среды. Территорию современных крупных городов пересекают автомобильные магистрали, общее число которых может превышать несколько тысяч. Прогноз качества воздушной среды при проектировании микрорайонов является первостепенной задачей. Для ее решения на практике широко используют эмпирические модели (Джонсона, «STREET») и аналитические модели типа моделей Гаусса и ее модификаций [2; 3; 8; 11]. Широкое применение этих моделей обусловлено тем, что при их реализации требуются малые затраты компьютерного времени и небольшая входная информация. Но модели данного класса не позволяют учесть влияние зданий на формирование зоны загрязнения. Применение CFD моделей, основанных на численном интегрировании уравнений Навье – Стокса [1; 4; 9; 10; 13] и тех или иных моделей турбулентности [12] представляет собой большие практические сложности. Поэтому модели данного класса не могут быть использованы для серийных расчетов в настоящее время.

Целью данной работы является разработка численной модели, позволяющей оперативно прогнозировать качество воздушной среды в микрорайонах в случае выбросов от автотранспорта и учесть при расчете такие важные факторы как скорость ветра, атмосферная диффузия, интенсивность эмиссии загрязняющих веществ от автотранспорта, форма и взаимное расположение зданий вблизи автомагистралей.

Математическая модель. Расчет переноса загрязняющих веществ на улицах с учетом зданий разбивается на два этапа. Сначала решается задача по определению поля скорости ветра при обтекании зданий. Для ее реализации используется модель отрывных вихревых течений идеальной несжимаемой жидкости [4]. Основными уравнениями являются: уравнение переноса завихренности (1) и уравнение Пуассона (2) для расчета функции тока

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial u \omega}{\partial x} + \frac{\partial v \omega}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega, \quad (2)$$

где $\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ – завихренность; ψ – функция тока; $u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$, $v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$.

Так как при отрыве потока, который происходит в угловых точках зданий, образуются вихри, возникает задача расчета их интенсивности.

Для уравнений гидродинамики (1), (2) ставятся следующие граничные условия.

На поверхности препятствий ставится граничное условие «непротекания» [3]: $\psi = 0$.

На границе входа воздушного потока в расчетную область задается скорость воздушного потока u и соответствующие значения функции тока ψ и завихренности ω : $\psi|_{\text{вход}} = \psi(y)$, $\omega|_{\text{вход}} = \omega(y)$.

На верхней границе расчетной области также ставится условие «непротекания»: $\psi = \text{const}$.

На границе выхода воздушного потока из расчетной области ставятся «мягкие» граничные условия, необходимые для замыкания разностных уравнений [3].

Решение стационарной гидродинамической задачи находится методом установления решения по времени t . Для этого в начальный момент $t = 0$ для завихренности ставится начальное условие типа: $\omega|_{t=0} = 0$ или $\omega|_{t=0} = \omega_0(x, y)$.

На втором этапе, после решения гидродинамической задачи, т. е. после определения поля скорости ветрового потока, производится расчет зон загрязнения в микрорайоне при заданных метеоусловиях и параметрах выброса загрязняющих веществ. Для решения этой задачи используется уравнение переноса примеси в атмосфере [1; 4; 5]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial uC}{\partial x} + \frac{\partial vC}{\partial y} + \sigma C = \text{div}(\mu \text{grad} C) + \sum_{i=1}^N Q_i(t) \delta(x - x_i) \delta(y - y_i), \quad (3)$$

где C – концентрация загрязняющего вещества; u, v – компоненты вектора скорости ветра; $\mu = (\mu_x, \mu_y)$ – коэффициент турбулентной диффузии; Q – интенсивность выброса загрязнителя; $\delta(x - x_i) \delta(y - y_i)$ – дельта-функция Дирака; x_i, y_i – координаты источника выброса; σ – коэффициент, учитывающий химический распад загрязнителя; t – время.

Постановка краевых условий для данного уравнения рассмотрена в работах [4; 5]. Для формирования вида расчетной области, положения зданий, их формы используется метод маркирования расчетной области [1; 4].

Метод решения. Для интегрирования уравнения переноса завихренности (1) применяется попеременно-треугольная разностная схема [3; 5]. Разностные уравнения для расчета завихренности на каждом шаге расщепления имеют вид:

- на первом шаге расщепления

$$\frac{\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \omega_{i,j}^n}{\Delta t} + \frac{u_{i+1,j}^+ \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j}^+ \omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+1}^+ \omega_{i,j} - v_{i,j}^+ \omega_{i,j-1}}{\Delta y} = 0,$$

- на втором шаге расщепления

$$\frac{\omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} + \frac{u_{i+1,j}^- \omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j}^- \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+1}^- \omega_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - v_{i,j}^- \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} = 0,$$

где $u^+ = \frac{u + |u|}{2}$, $u^- = \frac{u - |u|}{2}$, $v^+ = \frac{v + |v|}{2}$, $v^- = \frac{v - |v|}{2}$.

Значение завихренности на каждом расчетном шаге рассчитывается по формуле «бегущего» счета [1; 4; 6].

Значение функции тока (2) рассчитывается с помощью разностной схемы суммарной аппроксимации [5]. В этом случае разностные уравнения записываются так:

- на первом шаге $\frac{\psi_{ij}^{n+\frac{1}{4}} - \psi_{ij}^n}{\Delta t} = \frac{\omega_{ij}}{2}$;

- на втором шаге $\frac{\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \psi_{i,j}^n}{\Delta t} = - \frac{\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \psi_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2} - \frac{\psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \psi_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y^2}$;

- на третьем шаге $\frac{\psi_{i,j}^{n+\frac{3}{4}} - \psi_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{\psi_{i+1,j}^{n+\frac{3}{4}} - \psi_{i,j}^{n+\frac{3}{4}}}{\Delta x^2} + \frac{\psi_{i,j+1}^{n+\frac{3}{4}} - \psi_{i,j}^{n+\frac{3}{4}}}{\Delta y^2}$;

- на четвертом шаге $\frac{\psi_{i,j}^{n+1} - \psi_{i,j}^{n+\frac{3}{4}}}{\Delta t} = \frac{\bar{\omega}_{i,j}}{2}$, $\bar{\omega}_{i,j} = \frac{1}{4}(\omega_{i,j} + \omega_{i-1,j+1}\omega_{i-1,j-1} + \omega_{i,j-1})$.

Численное интегрирование уравнения переноса примеси проводится с помощью неявной разностной схемы расщепления [1; 3].

Производная по времени аппроксимируется разделенной разностью «назад»:

$$\frac{\partial C}{\partial t} \approx \frac{C_{ij}^{n+1} - C_{ij}^n}{\Delta t}.$$

В конвективных производных слагаемые однонаправленного переноса записываются в виде: $\frac{\partial u C}{\partial x} = \frac{\partial u^+ C}{\partial x} + \frac{\partial u^- C}{\partial x}$; $\frac{\partial v C}{\partial y} = \frac{\partial v^+ C}{\partial y} + \frac{\partial v^- C}{\partial y}$.

С учетом предыдущего выражения конвективные производные аппроксимируются разделенными разностями «против потока» на верхнем временном слое:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^+ C}{\partial x} &\approx \frac{u_{i+1,j}^+ C_{ij}^{n+1} - u_{ij}^+ C_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} = L_x^+ C^{n+1}, & \frac{\partial u^- C}{\partial x} &\approx \frac{u_{i+1,j}^- C_{i+1,j}^{n+1} - u_{ij}^- C_{ij}^{n+1}}{\Delta x} = L_x^- C^{n+1}, \\ \frac{\partial v^+ C}{\partial y} &\approx \frac{v_{i,j+1}^+ C_{ij}^{n+1} - v_{ij}^+ C_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y} = L_y^+ C^{n+1}, & \frac{\partial v^- C}{\partial y} &\approx \frac{v_{i,j+1}^- C_{i,j+1}^{n+1} - v_{ij}^- C_{ij}^{n+1}}{\Delta y} = L_y^- C^{n+1}. \end{aligned}$$

Компоненты скорости u определяются на вертикальных гранях разностных ячеек, а компоненты скорости v – на горизонтальных гранях. Индексы этих граней соответствуют индексам ячеек, расположенных правее или выше соответствующей грани.

Вторые производные аппроксимируются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) &\approx \mu_x \frac{C_{i+1,j}^{n+1} - C_{ij}^{n+1}}{\Delta x^2} - \mu_x \frac{C_{ij}^{n+1} - C_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} = M_{xx}^- C^{n+1} + M_{xx}^+ C^{n+1}, \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) &\approx \mu_y \frac{C_{i,j+1}^{n+1} - C_{ij}^{n+1}}{\Delta y^2} - \mu_y \frac{C_{ij}^{n+1} - C_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} = M_{yy}^- C^{n+1} + M_{yy}^+ C^{n+1}. \end{aligned}$$

Здесь L_x^+ , L_x^- , L_y^+ , L_y^- , M_{xx}^+ , M_{xx}^- , M_{yy}^+ , M_{yy}^- – условные обозначения разностных операторов.

С учетом приведенных выше обозначений разностный аналог уравнения (3) записывается:

$$\begin{aligned} \frac{C_{ij}^{n+1} - C_{ij}^n}{\Delta t} + L_x^+ C^{n+1} + L_x^- C^{n+1} + L_y^+ C^{n+1} + L_y^- C^{n+1} + \sigma C_{ij}^{n+1} = \\ = (M_{xx}^+ C^{n+1} + L_{xx}^- C^{n+1} + L_{yy}^+ C^{n+1} + L_{yy}^- C^{n+1}) + q_{ij} \delta_{ij}. \end{aligned}$$

Обозначаем δ_{ij} – число «1» или «0», в зависимости от того, расположен или нет в разностной ячейке « ij » источник загрязнения. Значение q_{ij} равно интенсивности q_k соответствующего k -го источника, размещенного в разностной ячейке « ij », деленной на площадь этой ячейки: $q_{ij} = q_k / (\Delta x \cdot \Delta y)$.

Расщепляем разностное уравнение на четыре разностных уравнения так, чтобы на каждом шаге учитывалось лишь одно направление переноса возмущений, определяемое знаком при конвективной производной. В этом случае разностные уравнения имеют вид:

- на первом шаге расщепления $k = \frac{1}{4}$,

$$\frac{C_{ij}^{n+k} - C_{ij}^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} (L_x^+ C^k + L_y^+ C^k) + \frac{\sigma}{4} C_{ij}^k = \frac{1}{4} (M_{xx}^+ C^k + M_{xx}^- C^n + M_{yy}^+ C^k + M_{yy}^- C^n) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l;$$

$$k = n + \frac{1}{2}, \quad c = n + \frac{1}{4},$$

- на втором шаге расщепления

$$\frac{C_{ij}^k - C_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^- C^k + L_y^- C^k) + \frac{\sigma}{4} C_{ij}^k = \frac{1}{4}(M_{xx}^- C^k + M_{xx}^+ C^c + M_{yy}^- C^k + M_{yy}^+ C^c) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l ;$$

- на третьем шаге расщепления $k = n + \frac{3}{4}$, $c = n + \frac{1}{2}$,

$$\frac{C_{ij}^k - C_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^+ C^k + L_y^- C^k) + \frac{\sigma}{4} C_{ij}^k = \frac{1}{4}(M_{xx}^- C^c + M_{xx}^+ C^k + M_{yy}^- C^k + M_{yy}^+ C^c) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l ;$$

- на четвертом шаге расщепления $k = n + 1$, $c = n + \frac{3}{4}$,

$$\frac{C_{ij}^k - C_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^- C^k + L_y^+ C^k) + \frac{\sigma}{4} C_{ij}^k = \frac{1}{4}(M_{xx}^- C^k + M_{xx}^+ C^c + M_{yy}^- C^c + M_{yy}^+ C^k) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l .$$

В данных разностных уравнениях используется значение интенсивности $\bar{q}_l = \frac{q_l}{\Delta x \Delta y}$.

Значение функции δ_l тождественно равно нулю во всех ячейках, кроме тех, где расположен источник выброса.

На основе рассмотренных разностных схем построена численная модель переноса загрязняющих веществ в атмосфере.

Практическая реализация модели. Построенная численная модель была использована для прогноза качества воздушной среды в микрорайоне города (рис. 1).

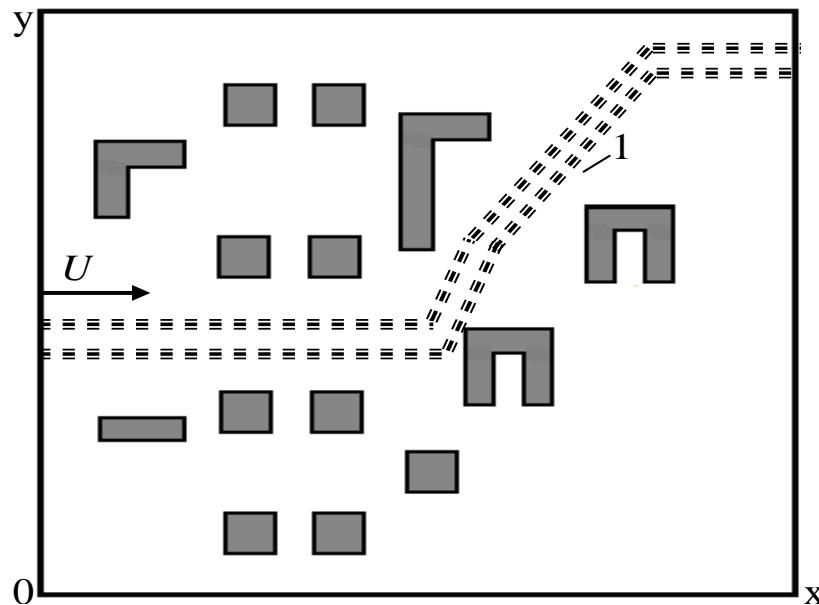


Рис. 1. Схема селитебной зоны, 1 – автомагистраль

В данном микрорайоне источником загрязнения воздушной среды является автомагистраль, вблизи которой располагается комплекс зданий. Следует отметить, что модель позволяет учесть геометрическую форму зданий: здесь размещены строения прямоугольной формы, г-образной и п-образной, т. е. типовые формы сооружений.

Моделирование уровня загрязнения воздушной среды в микрорайоне выполнялся при следующих исходных данных:

- длина расчетной области 500 м;
- ширина расчетной области 420 м;
- скорость ветра 4,5 м/с;
- коэффициенты диффузии $\mu_x = \mu_y = 2 \text{ м}^2/\text{с}$;
- интенсивность загрязнителя формальдегида $Q = 0,003 \text{ г}/(\text{с}\cdot\text{м})$.

Результаты моделирования загрязнения воздушной среды показаны на рисунке 2, где изображено поле концентрации формальдегида в расчетной области. Эти данные позволяют оценить вид формирующейся зоны загрязнения, ее размеры и интенсивность.

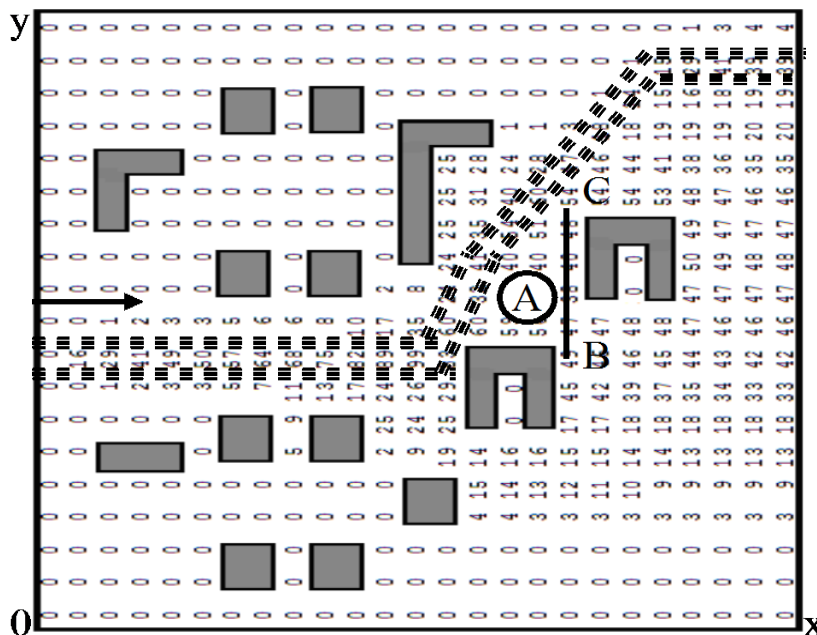


Рис. 2. Поле концентрации формальдегида в расчетной области, BC – рецептор

Отметим, что на рисунке 2 значение концентрации представлено в безразмерном виде: каждое число – это величина концентрации в процентах от величины максимальной концентрации на данный момент времени. Вывод на печать чисел осуществлен по формату «целое число», т. е. дробная часть числа не выдается на печать. Это значит, что если, например, в какой-то точке расчетное значение концентрации составляет «9,4 %» от максимальной концентрации, то на печать будет выведено число «9». Этот вывод результатов на печать эффективен при проведении серийных расчетов, когда осуществляется «перебор» различных вариантов с целью выбора наиболее оптимального для конкретной ситуации. Указанное представление результатов расчета в виде «целых» чисел позволяет оперативно анализировать информацию относительно величины концентрации в любой части расчетной области. Однако, по требованию пользователя, разработанный код осуществляет вывод на печать результатов по формату «действительное число», т. е. с сохранением дробной части числа.

Из данного рисунка видно, что часть зданий микрорайона не попадает в зону загрязнения, которая формируется при эмиссии загрязнителя от автотранспорта. Это обусловлено как направлением ветра, так и взаимным расположением зданий. Но, с другой стороны, как видно из рисунка 2, повышенная концентрация наблюдается возле двух зданий (зона А), имеющих п-образную форму, что обусловлено сносом загрязнителя от автомагистрали. Данные здания образуют своего рода каверну, которая препятствует хорошему вентилированию межкорпусного пространства.

Для детализации уровня загрязнения воздушной среды в этой зоне был построен график (рис. 3), где показана величина концентрации формальдегида на участке BC расчетной области в сравнении с ПДК. Как видно из представленного рисунка, значение концентрации на данном участке ниже приблизительно на 30 % ПДК.

Однако, если интенсивность выброса возрастет и составит 0,012 г/(с·м), то концентрация формальдегида на данном участке изменится в худшую сторону, что видно из рисунка 4.

Расчет задачи с помощью построенной модели составляет 8 с компьютерного времени.

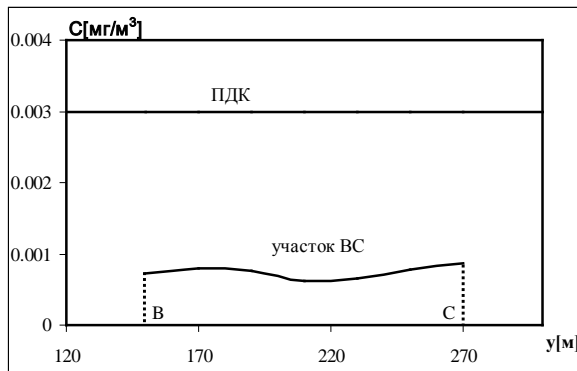


Рис. 3. Величина концентрации формальдегида на участке ВС (интенсивность выброса $Q = 0,003 \text{ з}/(\text{с}\cdot\text{м})$)

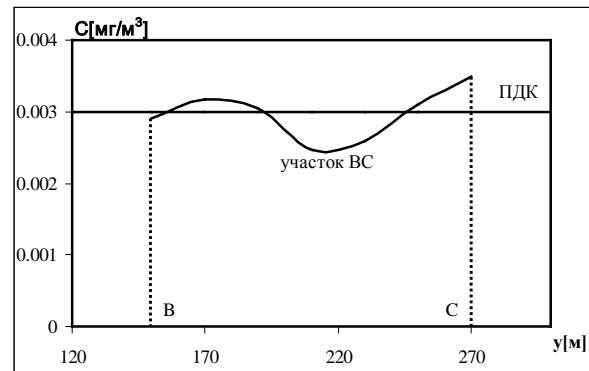


Рис. 4. Величина концентрации формальдегида на участке ВС (интенсивность выброса $Q = 0,012 \text{ з}/(\text{с}\cdot\text{м})$)

Выводы. Разработанная численная модель дает возможность оперативно прогнозировать уровень загрязнения воздушной среды вблизи автомагистрали с учетом таких важных факторов как метеоданные, форма и взаимное расположение зданий, интенсивность эмиссии автомагистрали, ее положение относительно зданий.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Антошкина Л. И. Моделирование аварийных ситуаций на промышленных объектах и безопасность жизнедеятельности / Л. И. Антошкина, Н. Н. Беляев, Л. Ф. Долина, Е. Д. Коренюк – Д. : Нова ідеологія, 2011. – 123 с.
2. Берлянд М. Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы / М. Е. Берлянд – Л. : Гидрометеиздат, 1985. – 273 с.
3. Бруцкий Е. В. Теория атмосферной диффузии радиоактивных выбросов. – К. : Ін-т гідромеханіки НАН України, 2000. – 443 с.
4. Згуровский М. З. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде / М. З. Згуровский, В. В. Скопецкий, В. К. Хрущ, Н. Н. Беляев. – К. : Наук. думка, 1997. – 368 с.
5. Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М. : Наука, 1982. – 316 с.
6. Пшинько А. Н. Моделирование загрязнения атмосферы при техногенных авариях / А. Н. Пшинько, Н. Н. Беляев, П. Б. Машихина. – Д. : Нова ідеологія, 2011. – 168 с.
7. Самарский А. А. Теория разностных схем. – М. : Наука, 1983. – 616 с.
8. Шаталов А. А. Методика расчета распространения аварийных выбросов, основанная на модели рассеивания тяжелого газа / А. А. Шаталов, М. В. Лисанов // Безопасность труда в промышленности. – 2004. – № 9. – С. 46 – 52.
9. Belyaev M. Air Pollution Modelling of Technogenic Catastrophes caused by Terrorist Attacks on Rail Transport of Chemical Substances // Simulation and Assessment of Chemical Processes in a Multiphase Environment. NATO Science for Peace and / Security Series. – С. : Environmental Security, Springer, 2007. – P. 327 – 336.
10. Biliaiev M. M. Numerical simulation of indoor air pollution and atmosphere pollution for regions having complex topography / M. M. Biliaiev, M. M. Kharytonov // Conference Abstracts of 31st NATO / SPS International Technical Meeting on Air Pollution Modelling and it's Application, 27 September – 01 October, Torino, Italy, 2010. № P1.7.
11. Hanna S. Air Quality Modeling Over Short Distances. // College on Atmospheric Boundary Layer and Air Pollution Modeling: 16 May-3 June 1994. №SMR/760-2 – P. 712 – 743.
12. Murakami S. Comparison of «k-ε» model, ASM and LES with wind tunnel test for flow field around cubic model / S. Murakami, A. Mochida, H. Yoshihiko // 8th Intern. Conf. on Wind Engineering, Western Ontario, July 8-11, 1991. – № 12 – 3.
13. Tedeschi G. Study of vertical transport of marine aerosol using an unsteady 2D model // Conference Abstracts of 31st NATO / SPS International Technical Meeting on Air Pollution Modeling and it's Application, 27 September – 01 October, Torino, Italy, 2010. – № 4.9.