

УДК 669-1:691.714.122:519.237

DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.241023.36.991

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ ДЛЯ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

БЕКЕТОВ О. В.^{1*}, *докт. техн. наук, доц.*,
ЛАУХІН Д. В.², *докт. техн. наук, проф.*,
СЛУПСЬКА Ю. С.³, *докт. філософії*,
РАКАЄВ О. М.⁴, *ас.*,
ПРИХНО К. Є.⁵, *маг.*

^{1*} Кафедра фундаментальних і природничих дисциплін, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 604-61-86, e-mail: beketov.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-0664-0327

² Кафедра конструювання, технічної естетики і дизайну, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», пр. Дмитра Яворницького, 19, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 585-54-29, e-mail: d.v.laukhin@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-9842-499X

³ Кафедра механічної та біомедичної інженерії, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», пр. Дмитра Яворницького, 19, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (068) 638-79-45, e-mail: juliaslypska@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-7983-1602

⁴ Кафедра експлуатації та ремонту машин, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 682-10-96, e-mail: rakaiev.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0001-3173-0140

⁵ Кафедра комп'ютерних наук, інформаційних технологій та прикладної математики, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, ORCID ID: 0009-0007-9248-8275

Анотація. Постановка проблеми. Дослідження функціонування багатокомпонентних систем можливе із застосуванням статистичних імітаційних моделей. На відміну від традиційного математичного моделювання, для побудови зазначеного типу моделей не є необхідним отримання математичної формалізації взаємозв'язку між параметрами в тій або іншій формі. Основна умова – спроможність моделі відтворювати явища, які моделюються, із збереженням їх логічної та часової послідовності та фізичного сенсу. Один із найпоширеніших методів статистичного імітаційного моделювання є метод статистичних випробувань – метод Монте-Карло. Основа цього методу – багаторазове застосування генератора випадкових чисел для моделювання динаміки процесів, які відбуваються у системі. На підставі отриманих ітерацій розраховуються статистичні критерії оцінки отриманих результатів, що дає змогу провести попередній аналіз фізичних процесів, які досліджуються, і зробити висновки щодо взаємозв'язку між параметрами, включеними до моделі. Таким чином, враховуючи загальні принципи побудови імітаційних моделей подібного типу, доцільно їх застосовувати для дослідження низки задач прикладного матеріалознавства, наприклад, для опису впливу зовнішніх чинників на структурний стан матеріалу. **Мета роботи** – застосування статистичного імітаційного моделювання методом статистичних випробувань (метод Монте-Карло) для дослідження фізичних процесів, які відбуваються в складних системах. **Висновок.** Із застосуванням методу Монте-Карло отримано імітаційну модель взаємозв'язку між технологічними режимами зварювання та параметрами структурного стану низьковуглецевої низьколегованої сталі 09Г2С. Отриману імітаційну модель наведено у вигляді матриці, яка містить результати статистичних випробувань. Аналіз отриманих статистичних показників дозволив здійснити попередній аналіз взаємозв'язку між технологічними режимами зварювання та відповідним структурним станом низьковуглецевої низьколегованої сталі 09Г2С. Попереднє оцінювання отриманої імітаційної моделі здійснювали шляхом аналізу активних обмежень типу нерівностей. Проведений комплекс досліджень довів адекватність отриманих даних.

Ключові слова: статистичне імітаційне моделювання; метод Монте-Карло; параметри структурного стану; технологічні режими зварювання; аналіз показників

APPLICATION OF THE STATISTICAL TESTING METHOD FOR SIMULATION MODELLING OF COMPLEX SYSTEMS

BEKETOV O.V.^{1*}, *Dr. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,
LAUKHIN D.V.², *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*,
SLUPSKA Yu.S.³, *Ph. D.*,

RAKAIIEV O.M.⁴, Ass.,
PRYKHNO K.Ye.⁵, Master of Eng.

^{1*} Department of Fundamental and Natural Sciences, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 604-61-86, e-mail: beketov.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-0664-0327

² Department of Construction, Technical Aesthetics and Design, Dnipro University of Technology, 19, Dmytro Yavornytskyi Ave., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 585-54-29, e-mail: d.v.laukhin@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-9842-499X

³ Department of Mechanical and Biomedical Engineering, Dnipro University of Technology, 19, Dmytro Yavornytskyi Ave., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (068) 638-79-45, e-mail: juliaslypska@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-7983-1602

⁴ Department of Construction and Road Machinery, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 682-10-96, e-mail: rakaiev.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0001-3173-0140

⁵ Department of Computer Sciences, Information Technologies and Applied Mathematics, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, ORCID ID: 0009-0007-9248-8275

Abstract. Problem statement. The study of the multicomponent systems' operation is possible using statistical simulation models. In contrast to traditional mathematical modeling, in order to build the specified type of models, it is not necessary to obtain a mathematical formalization of the relationship between parameters in one form or another. The main condition is the ability of the model to reproduce the phenomena being modeled, while preserving their logical and temporal sequence and physical meaning. One of the most common methods of statistical simulation modeling is the method of statistical tests - the Monte Carlo method. The basis of this method is the repeated use of a random number generator to simulate the dynamics of processes occurring in the system. Based on the obtained iterations, statistical criteria for evaluating the obtained results are calculated, which makes it possible to conduct a preliminary analysis of the physical processes under investigation and draw conclusions about the relationship between the parameters included in the model. Thus, taking into account the general principles of these building simulation models, it is advisable to use them to study a number of applied materials science problems, for example, to describe the influence of external factors on the structural state of the material. **The purpose of the article.** Application of statistical simulation modeling by the method of statistical tests (Monte Carlo method) for the study of physical processes that occur in complex systems. **Conclusion.** Using the Monte Carlo method, a simulation model of the relationship between the technological modes of welding and the parameters of the structural state of low-carbon low-alloy steel 09Г2С was obtained. The obtained simulation model is presented in the form of a matrix containing the results of statistical tests. The analysis of the obtained statistical indicators made it possible to carry out a preliminary analysis of the relationship between technological modes of welding and the corresponding structural state of low-carbon low-alloy steel 09Г2С. Preliminary evaluation of the obtained simulation model was carried out by analyzing active constraints of the type of inequalities. The conducted set of studies proved the obtained data adequacy.

Keywords: simulation modeling; confirmatory factor analysis; path diagram; covariance analysis; correlation analysis; adequacy of the model

Постановка проблеми. Для аналізу функціонування багатокomпонентних систем разом із традиційними (аналітичними) можливе застосування і чисельних методів моделювання, орієнтованих на розв'язування низки задач із використанням електронно-обчислювальних машин. Загальною особливістю такого підходу до розв'язання прикладних задач є побудова моделей спеціального типу – так званих статистичних імітаційних моделей.

На відміну від традиційного математичного моделювання, для побудови зазначеного типу моделей не є необхідним отримання математичної формалізації взаємозв'язку між параметрами в тій або іншій формі [1]. Головне в цьому випадку –

спроможність моделі до характерного відтворення явищ, що описуються моделлю, із збереженням їх логічної структури, часової послідовності та фізичного сенсу [2]. Технічна реалізація такого підходу до побудови моделі складної системи можлива лише з використанням засобів обчислювальної техніки, які забезпечать високий ступінь кореляції між математичними (кількісними) характеристиками реальних процесів і їх модельними відображеннями [3].

Отже, виходячи з принципів побудови імітаційних моделей подібного типу, доцільно їх застосовувати для дослідження низки задач прикладного матеріалознавства,

наприклад, для опису впливу зовнішніх чинників на структурний стан матеріалу.

Аналіз публікацій. Методи, які застосовуються для статистичного імітаційного моделювання, принципово відрізняються від методів традиційного математичного моделювання. Традиційні моделі повинні надати рішення, що визначає у вигляді математичної залежності взаємозв'язок між параметрами, на підставі закладеної в моделі інформації про досліджувану систему. На відміну від них, статистичні імітаційні моделі створюються для отримання інформації про систему і створення в подальшому відповідних оцінок, які можливо використовувати для формування рішень [3]. При цьому процес формування рішень безпосередньо до імітаційної моделі не включається. Така особливість статистичних імітаційних моделей дозволяє застосовувати їх для дослідження складних процесів, які майже не підлягають математичній формалізації.

Формування початкових даних для побудови статистичної імітаційної моделі ґрунтуються на використанні максимального обсягу доступної інформації про систему, наданої в більшості випадків у вигляді різноманітних статистичних функцій: коваріаційних і/або кореляційних матриць, функцій розподілу ймовірності випадкової величини тощо. Такий підхід дозволяє долучити до аналізу ті дані про систему, які неможливо отримати через відсутність аналізу поведінки системи у всіх принципово можливих режимах її функціонування [4].

Один із найпоширеніших методів статистичного імітаційного моделювання – метод статистичних випробувань – метод Монте-Карло [5]. Сучасний варіант цього методу сформувався у процесі виконання досліджень у рамках Манхеттенського проекту, де його застосовували для моделювання відстаней, які можуть пройти нейтрони в різних матеріалах [6]. В основу методу Монте-Карло покладено багаторазове застосування генератора випадкових чисел для моделювання динаміки процесів, які відбуваються у

системі. На підставі отриманих ітерацій розраховуються статистичні критерії оцінки отриманих результатів [5; 6].

Результати моделювання методом Монте-Карло мають стохастичний характер. Через це отримані залежності можуть мати схильність випадкових коливань навколо дійсних значень. Відповідно виникають певні труднощі в оцінюванні результату: важко встановити, чи залежність справді має таку поведінку на досліджуваному відрізку часу, чи має місце вплив стохастичних похибок, які з'являються внаслідок роботи генератора випадкових чисел.

Один із проявів такого недоліку – те, що для однієї і тієї ж моделі, в аналогічних умовах статистичного експерименту кожне наступне моделювання даватиме результат, відмінний від попереднього, хоча загальний характер залежностей, отриманих за різних реалізацій, буде однаковим [6].

Незважаючи на недоліки, методи статистичного імітаційного моделювання являють собою потужний інструмент для дослідження фізичних процесів, які містять стохастичну (випадкову) складову і відбуваються в складних системах протягом певного проміжку часу.

Мета статті – висвітлення застосування статистичного імітаційного моделювання методом статистичних випробувань (метод Монте-Карло) для дослідження фізичних процесів, які відбуваються в складних системах.

Результати досліджень. Як приклад застосування статистичного імітаційного моделювання розглянемо взаємозв'язок між режимами зварювання та структурним станом низьковуглецевої низьколегованої сталі 09Г2С. Відповідні матеріалознавчі дослідження опубліковані у працях [7–9]. Аналіз цих робіт показує, що автори визначили декілька параметрів, які змінювалися внаслідок зміни режиму зварювання. При цьому ці параметри можливо розподілити на дві категорії:

- параметри, які характеризують режим зварювання: геометричні розміри

відповідних зон зварного з'єднання [9] та геометричні розміри меж між зонами;

- параметри, які характеризують структурний стан: відсотковий вміст і геометричні розміри структурних складових (основні структурні складові ферит і перліт) по зонах зварного з'єднання.

Технічну реалізацію статистичного імітаційного моделювання методом Монте-Карло виконували із застосуванням спеціальних модулів програмного комплексу StatSoftStatistika [10]. Програмну реалізацію методу засновано на генерації псевдовипадкових чисел [11]. Усі процеси генерування випадкових чисел на початковому етапі генерують рівномірно розподілені випадкові величини на основі

стандартного процесу, який математично можна виразити у вигляді рівняння (1):

$$x_i = 742938258 \cdot x_{i-1} \cdot (\text{mod} 2^{31} - 1), (1)$$

де x_i – наступне значення; x_{i-1} – попереднє значення.

Як вхідні для моделювання дані програма використовує кореляційні матриці. Відповідно, кореляційні матриці впливу режимів зварювання на структурний стан низьковуглецевої низьколегованої сталі 09Г2С було отримано на підставі даних, наведених у [7–9]. Для побудови кореляційних матриць враховувались також дані та рекомендації, які надано в праці [12]. Результати проведеного кореляційного аналізу узагальнено та представлено у вигляді таблиці 1.

Таблиця 1

Результати кореляційного аналізу

Лазерне зварювання									
	ZONA II	ZONA III	ZONA IV	FER 2	FER 3	FER 4	PER 2	PER 3	PER 4
ZONA II	1,00	-0,16	-0,55	0,51	-0,11	-0,42	-0,31	0,06	0,24
ZONA III	-0,16	1,00	-0,46	-0,46	-0,09	-0,06	-0,81	-0,60	-0,77
ZONA IV	-0,55	-0,46	1,00	-0,02	0,58	0,83	0,88	0,78	0,67
FER 2	0,51	-0,46	-0,02	1,00	-0,16	-0,04	0,15	0,23	0,43
FER 3	-0,11	-0,09	0,58	-0,16	1,00	0,48	0,46	0,56	0,44
FER 4	-0,42	-0,06	0,83	-0,04	0,48	1,00	0,50	0,74	0,55
PER 2	-0,31	-0,81	0,88	0,15	0,46	0,50	1,00	0,77	0,78
PER 3	0,06	-0,60	0,78	0,23	0,56	0,74	0,77	1,00	0,96
PER 4	0,24	-0,77	0,67	0,43	0,44	0,55	0,78	0,96	1,00
Електронно-променеве зварювання									
ZONA II	1,00	-0,33	0,45	0,05	-0,61	0,36	0,61	-0,66	0,03
ZONA III	-0,33	1,00	-0,12	0,32	0,17	0,60	-0,53	0,59	-0,90
ZONA IV	0,45	-0,12	1,00	-0,67	-0,91	-0,18	0,68	-0,31	0,20
FER 2	0,05	0,32	-0,67	1,00	0,43	0,77	-0,20	0,15	-0,49
FER 3	-0,61	0,17	-0,91	0,43	1,00	0,03	-0,83	0,20	-0,23
FER 4	0,36	0,60	-0,18	0,77	0,03	1,00	-0,10	0,00	-0,82
PER 2	0,61	-0,53	0,68	-0,20	-0,83	-0,10	1,00	-0,43	0,52
PER 3	-0,66	0,59	-0,31	0,15	0,20	0,00	-0,43	1,00	-0,26
PER 4	0,03	-0,90	0,20	-0,49	-0,23	-0,82	0,52	-0,26	1,00
Автоматичне зварювання під шаром флюсу									
ZONA II	1,00	-0,05	0,27	0,38	-0,63	-0,33	-0,59	0,23	-0,14
ZONA III	-0,05	1,00	-0,47	0,62	0,22	-0,11	0,02	-0,38	0,14
ZONA IV	0,27	-0,47	1,00	0,15	-0,48	-0,46	-0,08	-0,32	-0,02
FER 2	0,38	0,62	0,15	1,00	0,15	-0,78	-0,61	-0,61	-0,03
FER 3	-0,63	0,22	-0,48	0,15	1,00	-0,17	-0,22	-0,33	-0,08
FER 4	-0,33	-0,11	-0,46	-0,78	-0,17	1,00	0,62	0,40	-0,21
PER 2	-0,59	0,02	-0,08	-0,61	-0,22	0,62	1,00	0,22	0,45
PER 3	0,23	-0,38	-0,32	-0,61	-0,33	0,40	0,22	1,00	0,40
PER 4	-0,14	0,14	-0,02	-0,03	-0,08	-0,21	0,45	0,40	1,00

У таблиці 1 використано такі умовні позначення:

- ZONA II – ширина граничного шару між зварним швом та зоною термічного впливу;
- ZONA III – ширина зони термічного впливу;
- ZONA IV – ширина граничного шару між зоною термічного впливу та основним металом;
- FER 2 – відсотковий вміст феритної фази в ZONA II;
- FER 3 – відсотковий вміст феритної фази в ZONA III;
- FER 4 – відсотковий вміст феритної фази в ZONA IV;
- PER 2 – відсотковий вміст перлітної фази в ZONA II;
- PER 3 – відсотковий вміст перлітної фази в ZONA III;
- PER 4 – відсотковий вміст перлітної фази в ZONA IV.

На підставі даних кореляційної матриці розроблено в програмному модулі комплексу StatSoftStatistika шляхи навантаження змінних (розроблено відповідні діаграми шляхів), а саме:

- параметру ZONA II ставились у відповідність фактори FER 2, PER 2;
- параметру ZONA III ставились у відповідність фактори FER 3, PER 3;
- параметру ZONA IV ставились у відповідність фактори FER 4, PER 4.

Під час моделювання методом Монте-Карло здійснено генерацію 50 ітерацій. Результати представлено у вигляді матриці, яку наведено у таблиці 2. Результати підрахунку основних статистичних показників, які наведено у цій таблиці, дозволяють провести попередній (розвідувальний) аналіз процесу, який досліджується.

Так, наприклад, згідно з правилами математичної статистики [13], 95 % довірчий інтервал наближено дорівнює плюс-мінус дві стандартні похибки.

Результати, наведені в таблиці 2, показують, що для фактора PER 4 стандартне відхилення набуває значення: 0,38 (лазерне зварювання); 0,29 (електронно-променеве зварювання); 0,31 (автоматичне зварювання під шаром флюсу). Тоді, для усіх трьох режимів зварювання довірчий інтервал наближено складає $\pm 0,66$.

Таблиця 2

Оцінка моделі підтверджуючого факторного аналізу

Лазерне зварювання									
	PER 2	PER 3	PER 4	FER 2	FER 3	FER 4	ZONA II	ZONA III	ZONA IV
СЕРЕДНС	0,4885	0,56987	0,5850	0,6143	0,5894	0,5742	0,5135	0,63026	0,554322
МЕДІАНА	0,5411	0,66406	0,6655	0,5857	0,6013	0,5994	0,5881508	0,60480	0,56681
Станд. відх.	0,3374	0,36971	0,3862	0,2506	0,2965	0,2725	0,3298608	0,28369	0,291304
МІН.	-0,2083	-0,4379	-0,832	0,0000	0,0000	0,0000	-0,290110	0,00000	-0,01104
МАКС.	1,0000	1,00000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,000000	1,00000	1,000000
Електронно-променеве зварювання									
СЕРЕДНС	0,5714	0,57117	0,5816	0,6045	0,5853	0,5374	0,5238579	0,60436	0,496567
МЕДІАНА	0,5691	0,59675	0,5933	0,6260	0,6039	0,5435	0,6022654	0,63592	0,53782
Станд. відх.	0,2773	0,31086	0,2929	0,3441	0,3262	0,3434	0,3514015	0,35213	0,368474
МІН.	0,0000	-0,1144	0,0000	-0,375	-0,196	-0,8034	-0,372227	-0,6930	-0,36480
МАКС.	1,0000	1,00000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,000000	1,00000	1,000000
Автоматичне зварювання під шаром флюсу									
СЕРЕДНС	0,5291	0,54835	0,6453	0,5594	0,5939	0,5278	0,6008994	0,54789	0,614235
МЕДІАНА	0,5535	0,60806	0,6766	0,5484	0,5843	0,4946	0,5474777	0,49955	0,692855
Станд. відх.	0,3397	0,31220	0,3141	0,3243	0,3019	0,3622	0,3057236	0,30860	0,327918
МІН.	-0,4736	-0,2372	-0,285	-0,264	0,0000	-0,9237	-0,076062	-0,01104	-0,04423
МАКС.	1,0000	1,00001	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,000000	1,00000	1,0000

Це означає, що параметри «ширина граничного шару між зоною термічного впливу та основним металом» і «відсотковий вміст перлітної складової структури» пов'язані між собою.

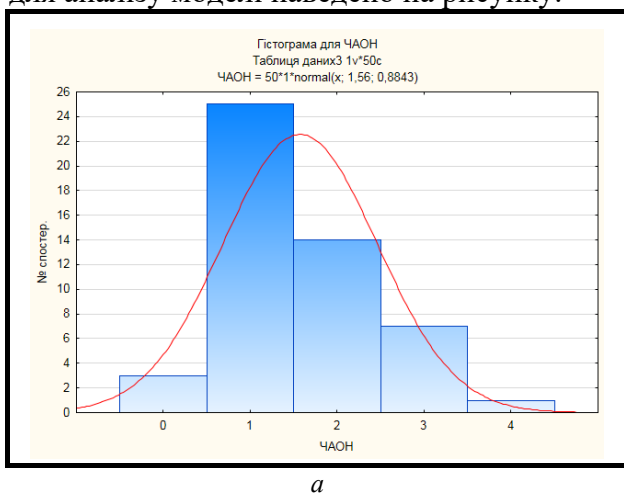
Враховуючи те, що геометричні розміри зон зварного з'єднання безпосередньо пов'язані з кількістю тепловкладання, яке відбулося під час зварювання, можливо дійти висновку, що на формування перліту в приграничному до основного металу шарі впливають параметри режиму зварювання (потужність джерела, швидкість підведення тепла, швидкість охолодження тощо).

Отже, аналізуючи основні статистичні показники, отримані із застосуванням методу Монте-Карло, можна здійснити попередній аналіз процесів, які досліджуються, і на підставі отриманих результатів безпосередньо робити висновки стосовно можливості корегування технологічних процесів.

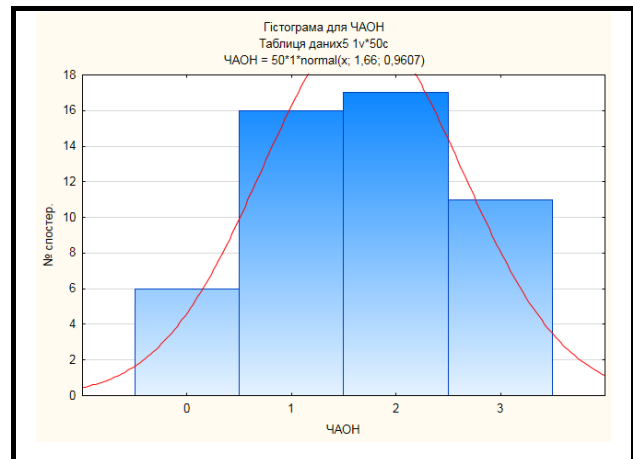
Оцінювання отриманої моделі можливо здійснити шляхом аналізу статистичних розподілів та статистичних показників. Для прикладу, в даній роботі із цією метою застосовували так званий метод «граничних умов» (ЧАОН). Основна ідея методу полягає в отриманні після завершення кожної ітерації для кожного шляху активних обмежень типу нерівностей.

Здійснення аналізу цим методом дозволяє виявити помилки, пов'язані як із кількістю ітерацій, так і з обробкою граничних умов для кожного шляху.

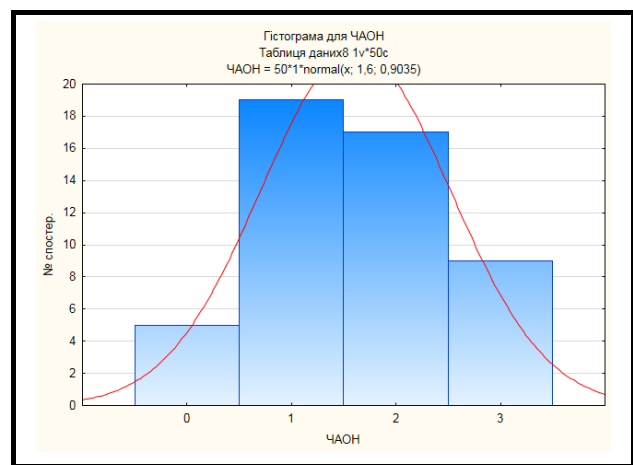
Результати застосування методу ЧАОН для аналізу моделі наведено на рисунку.



а



б



в

Рис. Результати оцінення імітаційної статистичної моделі методом ЧАОН: а – лазерне зварювання; б – електронно-променеєве зварювання; в – автоматичне зварювання під шаром флюсу

Інтерпретація даних, наведених на рисунку, показує, що розподіл отриманих граничних умов наближено до нормального вигляду (на гістограмах рисунка нормальний розподіл наведено у вигляді суцільної лінії). Це вказує на адекватність отриманої імітаційної моделі. Разом із цим, аналіз наведених даних показує, що кількість значень ЧАОН, які знаходяться в діапазоні 1...3, значно перевищує 50 % усіх отриманих результатів (для кожної з гістограм). Це свідчить, що для ще більш детального моделювання слід обрати більшу кількість ітерацій.

Висновки

1. Із застосуванням статистичного імітаційного моделювання (методу Монте-

Карло) отримано імітаційну модель взаємозв'язку між технологічними режимами зварювання та параметрами структурного стану низьковуглецевої низьколегованої сталі 09Г2С.

2. Для першого етапу отримання статистичної імітаційної моделі використано кількісний аналіз даних металографічних досліджень, який представлено у вигляді кореляційної матриці.

3. Метод статистичних випробувань здійснювався по 50 ітераціях. Отриману імітаційну модель наведено у вигляді матриці, яка містить результати статистичних випробувань (набір

статистичних показників). Аналіз отриманих статистичних показників дозволив здійснити попередній аналіз взаємозв'язку між технологічними режимами зварювання та відповідним структурним станом низьковуглецевої низьколегованої сталі 09Г2С.

4. Попереднє оцінювання отриманої імітаційної моделі здійснювали шляхом аналізу активних обмежень типу нерівностей (метод граничних умов). Проведений комплекс досліджень показав, що розподіл отриманих граничних умов наближено до нормального вигляду, що свідчить про адекватність отриманих даних.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Жерновий Ю. В. Імітаційне моделювання систем масового обслуговування : практикум. Львів : ВЦ ЛНУ ім. І. Франка, 2007. 312 с. URL: https://zyurvas.narod.ru/Queuing/Imit_model.pdf
2. Кадієвський В. А., Жадлун З. О., Жадлун А. О. Імітаційне моделювання економічних процесів. Київ : НАУ, 2002. 230 с. URL: <https://econom.lnu.edu.ua/course/imitatsijne-modelyuvannya>
3. Неруш В. Б., Курдеча В. В. Імітаційне моделювання систем та процесів : електр. навч. вид. Конспект лекцій. Київ : НН ІТС НТУУ «КПІ», 2012. 115 с. URL: https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/15598/1/Konspect_lectiy_Imit_modelyur_syst_process%28CHANGED%29.pdf
4. Ситник В. Ф., Орленко Н. С. Імітаційне моделювання : навч. посіб. Київ : КНЕУ, 2008. 232 с. URL: <https://studfile.net/preview/5470103/>
5. Клименко М. І., Гребенюк С. М. Математичне моделювання складних систем : конспект лекцій. Запоріжжя : ЗНУ, 2021. 73 с. URL: <https://moodle.znu.edu.ua/mod/resource/view.php?id=499782&forceview=1>
6. Лежнюк П. Д., Комар В. О. Оцінка якості оптимального керування критеріальним методом. Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. 107 с. URL : <https://ir.lib.vntu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/23878/51711.pdf?sequence=2&isAllowed=y>
7. Slupska Y., Laukhin D., Poznyakov V., Kostin V., Beketov O., Rott N., Dadiverina L., Liubymova-Zinchenko O. Features in the formation of the structural state of low-carbon micro-alloyed steels after electron beam welding. *Materials Science. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. Vol. 3, № 12 (111). Pp. 25–31. URL: <https://journals.uran.ua/ejet/article/view/234783>
8. Slupska Y., Laukhin D., Beketov O., Babenko E., Rott N., Dytiuk V. Metallographic analysis of potential areas of destruction initiation of the zone of thermal impact of low-carbon steels after laser welding. *Materials Science and Industrial Machine-Building*. № 65. Pp. 88–98. URL: <https://znp.nmu.org.ua/index.php/uk/arkhiv-zhurnalu/38-65ua/451-65ua09>
9. Слупська Ю. С., Лаухін Д. В., Бекетов О. В., Тютєрев І. А., Ротт Н. О., Чашин Д. Ю., Торопченів Г. О., Пико М. О. Металографічний аналіз структурного стану низьковуглецевих низьколегованих сталей після автоматичного зварювання під шаром флюсу. *Modern Engineering and Innovative Technologies*. 2021. № 16, ч. 1. С. 105–113. URL: <https://www.moderntechno.de/index.php/meit/issue/view/meit16-01/meit16-01>
10. Програми комплекс StatSoftStatistika. URL: <https://statsoft.com>
11. Інструкція користувача StatSoft Statistica. URL: <http://statsoft.ru/home/textbook/default.htm>
12. Слупська Ю. С., Лаухін Д. В., Бекетов О. В., Тютєрев І. А., Ротт Н. О. Застосування методів факторного аналізу у дослідженні структурного стану зварного з'єднання після лазерного зварювання. *Український журнал будівництва та архітектури*. 2021. № 3 (003). С. 91–100. URL: <https://uajcea.pgasa.dp.ua/article/view/239178/237668>
13. Огірко О. І., Галайко Н. В. Теорія ймовірностей та математична статистика : навч. посіб. Львів : ЛьвівДУВС, 2017. 292 с. URL: <https://dspace.lvduvs.edu.ua/bitstream/1234567890/629/1/%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F%20%D0%B9%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%B9%20%D0%BF%D1%96%D0%B4%D1%80%D1%83%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%BA.pdf>

REFERENCES

1. Zhernovyi Yu.V. *Imitatsiine modeliuвання system masovoho obsluhovuvannya : praktykum* [Simulation modeling of mass service systems : workshop]. Lviv : VTs LNU im. I. Franka, 2007, 312 p. URL : https://zyurvas.narod.ru/Queuing/Imit_model.pdf (in Ukrainian).
2. Kadiievskiy V.A., Zhadlun Z.O. and Zhadlun A.O. *Imitatsiine modeliuвання ekonomichnykh protsesiv* [Simulation modeling of economic processes]. Kyiv: NAU Publ., 2002, 230 p. URL: <https://econom.lnu.edu.ua/course/imitatsijne-modelyuvannya> (in Ukrainian).
3. Nerush V.B. and Kurdecha V.V. *Imitatsiine modeliuвання system ta protsesiv : elektronne navchalne vydannia. Konspekt leksii* [Simulation modeling of systems and processes : electronic educational edition. Synopsis of lectures]. Kyiv : NN ITS NTUU “KPI”, 2012, 115 p. URL: https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/15598/1/Konspekt_lekciy_Imit_modelyr_syst_process%28CHANGED%29.pdf
4. Sytnyk V.F. and Orlenko N.S. *Imitatsiine modeliuвання : navch. posibnyk* [Simulation modeling : education. manual]. Kyiv : KNEU Publ., 2008, 232 p. URL: <https://studfile.net/preview/5470103/>
5. Klymenko M.I. and Hrebeniuk S.M. *Matematychni modeliuвання skladnykh system : konspekt leksii* [Mathematical modeling of complex systems: lecture notes]. Zaporizhzhia : ZNU Publ., 2021, 73 p. URL: <https://moodle.znu.edu.ua/mod/resource/view.php?id=499782&forceview=1> (in Ukrainian).
6. Lezhniuk P.D. and Komar V.O. *Otsinka yakosti optymalnoho keruvannya kryterialnym metodom* [Evaluation of the quality of optimal management by the criterion method]. Vinnytsia : UNIVERSUM-Vinnytsia, 2006, 107 p. URL: <https://ir.lib.vntu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/23878/51711.pdf?sequence=2&isAllowed=y> (in Ukrainian).
7. Slupska Y., Laukhin D., Poznyakov V., Kostin V., Beketov O., Rott N., Dadiverina L. and Liubymova-Zinchenko O. Features in the formation of the structural state of low-carbon micro-alloyed steels after electron beam welding. *Materials Science. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021, vol. 3, no. 12 (111), pp. 25–31. URL: <https://journals.uran.ua/eejet/article/view/234783>
8. Slupska Y., Laukhin D., Beketov O., Babenko E., Rott N. and Dytiuk V. Metallographic analysis of potential areas of destruction initiation of the zone of thermal impact of low-carbon steels after laser welding. *Materials Science and Industrial Machine-Building*. No. 65, pp. 88–98. URL: <https://znp.nmu.org.ua/index.php/uk/arkhiv-zhurnalu/38-65ua/451-65ua09>
9. Slupska Yu.S., Laukhin D.V., Beketov O.V., Tiutieriev I.A., Rott N.O., Chashyn D.Yu., Toropchenov H.O. and Pyko M.O. *Metalohrafichnyi analiz strukturnoho stanu nyzkovuhletsevykh nyzkolehovanykh stalei pislia avtomatichnoho zvariuvannya pid sharom fliusu* [Metallographic analysis of the structural state of low-carbon, low-alloy steels after automatic welding under a flux layer]. *Modern Engineering and Innovative Technologies*. 2021, no. 16, p. 1, pp. 105–113. URL: <https://www.moderntechno.de/index.php/meit/issue/view/meit16-01/meit16-01> (in Ukrainian).
10. *Prohramnyi kompleks StatSoftStatistika* [StatSoftStatistika software complex]. URL: <https://statsoft.com> (in Ukrainian).
11. *Instruktsiia korystuvacha StatSoft Statistica* [StatSoft Statistica User Manual]. URL: <http://statsoft.ru/home/textbook/default.htm> (in Ukrainian).
12. Slupska Yu.S., Laukhin D.V., Beketov O.V., Tiuterev I.A. and Rott N.O. *Zastosuvannya metodiv faktornoho analizu u doslidzhenni strukturnoho stanu zvarnogo ziednannya pislia lazernoho zvariuvannya* [Application of factor analysis methods in the study of the structural state of the welded joint after laser welding]. *Ukrainskyi zhurnal budivnytstva ta arkhitektury* [Ukrainian Journal of Civil Engineering and Architecture]. 2021, no. 3 (003), pp. 91–100. URL : <https://uajcea.pgasa.dp.ua/article/view/239178/237668> (in Ukrainian).
13. Ohirko O.I. and Halaiko N.V. *Teoriia ymovirnostei ta matematychna statystyka : navchalnyi posibnyk* [Probability theory and mathematical statistics : a textbook]. Lviv : LvDUVS, 2017, 292 p. URL: <https://dspace.lvduvs.edu.ua/bitstream/1234567890/629/1/%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F%20%D0%B9%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%B9%20%D0%BF%D1%96%D0%B4%D1%80%D1%83%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%BA.pdf> (in Ukrainian).

Надійшла до редакції: 11.09.2023.