

УДК 669-1:691.714.122:519.237

DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.241023.27.990

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ПІДТВЕРДЖУЮЧОГО ФАКТОРНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

БЕКЕТОВ О. В.^{1*}, *докт. техн. наук, доц.*,
ЛАУХІН Д. В.², *докт. техн. наук, проф.*,
СЛУПСЬКА Ю. С.³, *докт. філософії*,
РАКАЄВ О. М.⁴, *ас.*,
БЛІНОВ Ю. С.⁵, *маг.*

^{1*} Кафедра фундаментальних і природничих дисциплін, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 604-61-86, e-mail: beketov.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-0664-0327

² Кафедра конструювання, технічної естетики і дизайну, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», пр. Дмитра Яворницького, 19, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 585-54-29, e-mail: d.v.laukhin@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-9842-499X

³ Кафедра механічної та біомедичної інженерії, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», пр. Дмитра Яворницького, 19, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (068) 638-79-45, e-mail: juliaslypska@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-7983-1602

⁴ Кафедра експлуатації та ремонту машин, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 682-10-96, e-mail: rakaiev.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0001-3173-0140

⁵ Кафедра комп'ютерних наук, інформаційних технологій та прикладної математики, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, ORCID ID: 0009-0003-1552-6494

Анотація. *Постановка проблеми.* У процесі аналізу динаміки функціонування складних технічних систем, які характеризуються певною архітектурою та взаємодією між собою компонентів системи, у більшості випадків виникають певні труднощі, пов'язані з описом загальносистемних питань. До кола таких питань, в першу чергу, можна віднести проблеми, які стосуються безпосередньої математичної формалізації загальної структури системи, організації взаємозв'язків між її елементами, взаємодії елементів системи з її зовнішнім середовищем, керування діяльністю її елементів тощо. В таких випадках найчастіше дослідники застосовують процедуру математичного моделювання. Разом із тим є досить велике коло явищ, для аналізу яких можливе застосування традиційного апарату математичного моделювання. У таких ситуаціях можливо застосування прийомів моделювання, які представляють модель у вигляді алгоритмічної програми для електронно-обчислювальної машини, так зване імітаційне моделювання. **Мета дослідження** – застосування імітаційного фізико-математичного моделювання методом підтверджуючого факторного аналізу для дослідження складних технічних процесів. **Висновок.** Досліджено взаємозв'язок між параметрами режиму лазерного зварювання та морфологічними критеріями структурного стану низьковуглецевої низьколегованої сталі 09Г2С із застосуванням математичного апарату імітаційного моделювання, а саме підтверджуючого факторного аналізу. Методику підтверджуючого факторного реалізовано у вигляді діаграми шляхів, а саме графічної інтерпретації взаємозв'язку між критеріями структурного стану та параметрами лазерного зварювання. Як критерії морфології структурного стану використано відсотковий вміст та геометричні розміри основних структурних складових фериту та перліту, як параметри зварювання – геометричні розміри ділянок зварного з'єднання. Адекватність отриманої моделі підтверджено шляхом побудови імовірнісного графіка нормалізованих залишків згідно з квазіньютонівським методом залишків.

Ключові слова: *імітаційне моделювання; підтверджуючий факторний аналіз; діаграма шляхів; коваріаційний аналіз; кореляційний аналіз; адекватність моделі*

USING THE METHOD OF CONFIRMATORY FACTOR ANALYSIS FOR THE SIMULATION OF TECHNICAL SYSTEMS

BEKETOV O.V.^{1*}, *Dr. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,
LAUKHIN D.V.², *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*,
SLUPSKA Yu.S.³, *Ph. D.*,

RAKAIEV O.M.⁴, Ass.,
BLINOV Yu.S.⁵, *Master of Engineering*

^{1*} Department of Fundamental and Natural Sciences, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 604-61-86, e-mail: beketov.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-0664-0327

² Department of Construction, Technical Aesthetics and Design, Dnipro University of Technology, 19, Dmytro Yavornytskyi Ave., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 585-54-29, e-mail: d.v.laukhin@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-9842-499X

³ Department of Mechanical and Biomedical Engineering, Dnipro University of Technology, 19, Dmytro Yavornytskyi Ave., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (068) 638-79-45, e-mail: juliaslypska@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-7983-1602

⁴ Department of Construction and Road Machinery, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (050) 682-10-96, e-mail: rakaiev.oleksandr@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0001-3173-0140

⁵ Department of Computer Sciences, Information Technologies and Applied Mathematics, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, ORCID ID: 0009-0003-1552-6494

Abstract. Problem statement. Analyzing the dynamics of the functioning of complex technical systems, which are characterized by a certain architecture and the interaction of system components, in most cases, there are certain difficulties associated with the description of system-wide issues. Among such issues, first of all, it is possible to include problems related to the direct mathematical formalization of the overall system structure, the organization of relationships between its elements, the interaction of system elements with its external environment, control of the activities of its elements, etc. In such cases, most often researchers use the procedure of mathematical modeling. At the same time, there is a fairly large range of phenomena, in the analysis of which it is possible to use the traditional apparatus of mathematical modeling. In such situations, it is possible to apply modeling techniques that represent the model in the form of an algorithmic program for an electronic computer, the so-called simulation modeling. **The purpose of the article.** Application of simulated physical and mathematical modeling by the method of confirmatory factor analysis for the study of complex technical processes. **Conclusion.** The relationship between the parameters of the laser welding mode and the morphological criteria of the structural state of low-carbon low-alloy steel 09Г2С was investigated using the mathematical apparatus of simulation modeling, namely confirmatory factor analysis. The confirmatory factor method was implemented in the form of a path diagram, namely a graphical interpretation of the relationship between the structural condition criteria and laser welding parameters. The percentage content and geometric dimensions of the main structural components of ferrite and pearlite were used as criteria for the morphology of the structural state, and the geometric dimensions of the welded joint sections were used as welding parameters. The adequacy of the obtained model was confirmed by constructing a probability plot of normalized residuals according to the quasi-Newtonian method of residuals.

Keywords: *simulation modeling; confirmatory factor analysis; path diagram; covariance analysis; correlation analysis; adequacy of the model*

Постановка проблеми. Під час аналізу складних технічних систем, що характеризуються власною архітектурою і взаємодією між собою елементів, кожен з яких також є системою, за традиційного підходу до досліджень, виникають певні проблеми. Основною складністю виявляються безпосередня математична формалізація і опис загальносистемних функцій на підставі дослідження зв'язків і залежностей між компонентами системи.

У таких ситуаціях можна застосовувати прийоми моделювання, які представляють модель у вигляді алгоритмічної програми, так зване імітаційне моделювання [1].

Аналіз публікацій. Імітаційне моделювання – це дослідження складної технічної системи із застосуванням

електронно-обчислювальної машини, спрямоване на отримання інформації щодо взаємозв'язку між компонентами системи. Таким чином, основною метою імітаційного моделювання стало отримання певного алгоритму, який демонструє розгорнутий у часі процес функціонування системи, вплив на роботу компонентів параметрів зовнішнього середовища [2].

Виходячи із зазначеного, основні завдання імітаційного моделювання можна сформулювати так [3]:

- розроблення алгоритму функціонування системи у вигляді комп'ютерної моделі на основі імітації впливу компонентів моделі (модулів), об'єднаних своїми взаємодіями в єдине ціле;

- визначення незалежних змінних (інтеграційних характеристик об'єкта), способів їх отримання і дослідження;
- врахування впливу зовнішнього середовища на систему у вигляді сукупності імітаційних моделей зовнішніх факторів;
- вибір способу побудови та аналізу імітаційної моделі відповідно до методів математичної формалізації імітаційних експериментів.

Таким чином, мета імітаційного моделювання – імітація об'єкта у вигляді математичної моделі та проведення умовних (теоретичних) експериментів над нею для дослідження законів її функціонування і поведінки [4].

До переваг методу імітаційного моделювання можуть бути віднесені [5]:

- проведення імітаційних експериментів над імітаційною моделлю системи, для якої натурний експеримент не можливо здійснити (наприклад, системи керування, динаміка розвитку структурного стану матеріалів тощо);
- розв'язання певного кола задач, для яких традиційні аналітичні методи (традиційне математичне моделювання) неможливі внаслідок наявності великої кількості факторів впливу (наприклад, системи з великою кількістю неперервнодискретних чинників; стохастичні системи, які містять випадкові впливи; системи, які містять компоненти з нелінійними характеристиками та ін.);
- дослідження загальносистемних ситуацій і прийняття рішення із застосуванням комп'ютерного алгоритму;
- можливість здійснення порівняльного аналізу основних закономірностей функціонування системи на підставі визначення певних критеріїв;
- економія часу і ресурсів на стадії пошуку проектних рішень;
- дослідження різних варіантів структури великих систем, побудова алгоритмів керування роботою системи, дослідження впливу діапазону параметрів системи на її функціонування.

Таким чином, за імітаційного моделювання, комп'ютерний алгоритм

імітує основні етапи функціонування системи шляхом порівняльного аналізу ідентичності будови системи та поведінки компонентів системи за зміни їх стану.

Мета роботи – застосування імітаційного фізико-математичного моделювання методом підтверджуючого факторного аналізу для дослідження складних технічних процесів.

Результати досліджень. Процес імітаційного моделювання графічно можливо подати у вигляді рисунку 1.

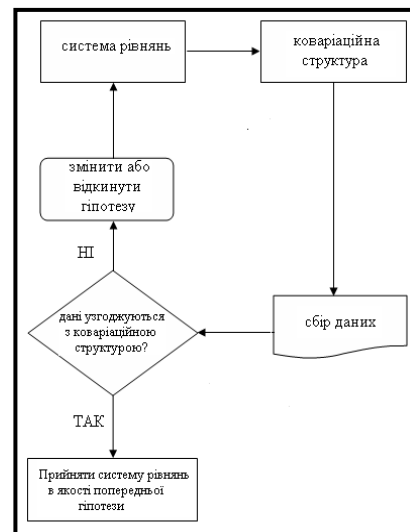


Рис. 1. Діаграма процесу імітаційного моделювання [6]

У цій статті імітаційне моделювання пропонується здійснювати шляхом застосування підтверджуючого факторного аналізу, який є розвитком стандартної процедури факторного аналізу та використовується для перевірки гіпотез структури факторних навантажень, а також кореляцій між факторами [7].

Як приклад для застосування підтверджуючого факторного аналізу використано технологічний процес лазерного зварювання низьковуглецевої низьколегованої сталі 09Г2С. Таким чином, як задача моделювання розглядався взаємозв'язок між морфологією структурних складових та параметрами режиму зварювання.

Як дані, що застосовувалися для імітаційного моделювання, використано результати експериментальних досліджень зварних з'єднань низьковуглецевих

низьколегованих сталей (див. [8–10]) та дані щодо групування та отримання факторів, отримані у праці [11]. Графічна та обчислювальна частини процесу побудови та аналізу імітаційної моделі здійснювали з використанням програмного комплексу STATSOFT STATISTICA 10.0 [12].

Як зазначено, головною ідеєю підтверджуючого факторного аналізу стало порівняння відхилень дисперсій вихідних і отриманих кореляційних та коваріаційних матриць [7], тобто у моделях підтверджуючого факторного аналізу навантаження факторів, кореляції факторів або дисперсія і коваріації залишків можуть бути визначені заданим числовим значенням.

Першим етапом підтверджуючого факторного аналізу стали аналіз змінних (факторів) та побудова відповідної діаграми шляхів, тобто графічна інтерпретація моделі.

Спираючись на дані праць [8–11], як змінні для побудови імітаційної моделі використовували:

- відсоткове співвідношення структурних складових фериту на межі зварного шва та зони термічного впливу (FERRITE2);
- відсоткове співвідношення структурних складових фериту у зоні термічного впливу (FERRITE3);
- відсоткове співвідношення структурних складових фериту на межі між зоною термічного впливу та основним металом (FERRITE4);
- відсоткове співвідношення структурних складових перліту на межі зварного шва та зони термічного впливу (PERLITE2);
- відсоткове співвідношення структурних складових перліту у зоні термічного впливу (PERLITE3);
- відсоткове співвідношення структурних складових перліту на межі між

зоною термічного впливу та основним металом (PERLITE4);

- геометричні розміри між межею зварного шва та зоною термічного впливу (ZONAII);
- геометричні розміри зони термічного впливу (ZONA III);
- геометричні розміри між межею зони термічного впливу та основним металом (GRZON).

Графічну інтерпретацію моделі наведено на рисунку 2. Побудова подібного типу діаграм здійснюється шляхом написання відповідної програми мовою PATH1 в середовищі STATSOFT STATISTICA 10.0.

Згідно зі схемою моделі (див. рис. 2) досліджували три фактори, де кожен із них навантажує по три явні змінні, а саме:

- перший фактор навантажує змінні – FERRITE2, FERRITE3, FERRITE4 (досліджується феритна складова у зонах зварного з'єднання);
- другий фактор навантажує змінні – PERLITE2, PERLITE3, PERLITE4 (досліджується перліт у зонах зварного з'єднання);
- третій фактор навантажує змінні – ZONAII, ZONA III, GRZON (досліджуються: межа зварний шов – зона термічного впливу; зона термічного впливу та межа зона термічного впливу – основний метал).

Окрім явних факторів, тобто змінних, які вимірювалися безпосередньо (див., наприклад, [8]), на діаграмі наведено так звані латентні змінні [13], які не підлягають вимірюванню. До таких змінних відносять похибки вимірювання ($U1-U9$) та факти впливу ($F1-F3$).

Отже, на рисунку 2 дугою 11–19 відображено дисперсії до латентних змінних $U1-U9$; дугою 20 відображено дисперсію між першим та другим фактором $F1-F2$; дугою 21 – між другим та третім фактором $F2-F3$; дугою 22 – дисперсію між першим та третім фактором $F1, F3$.

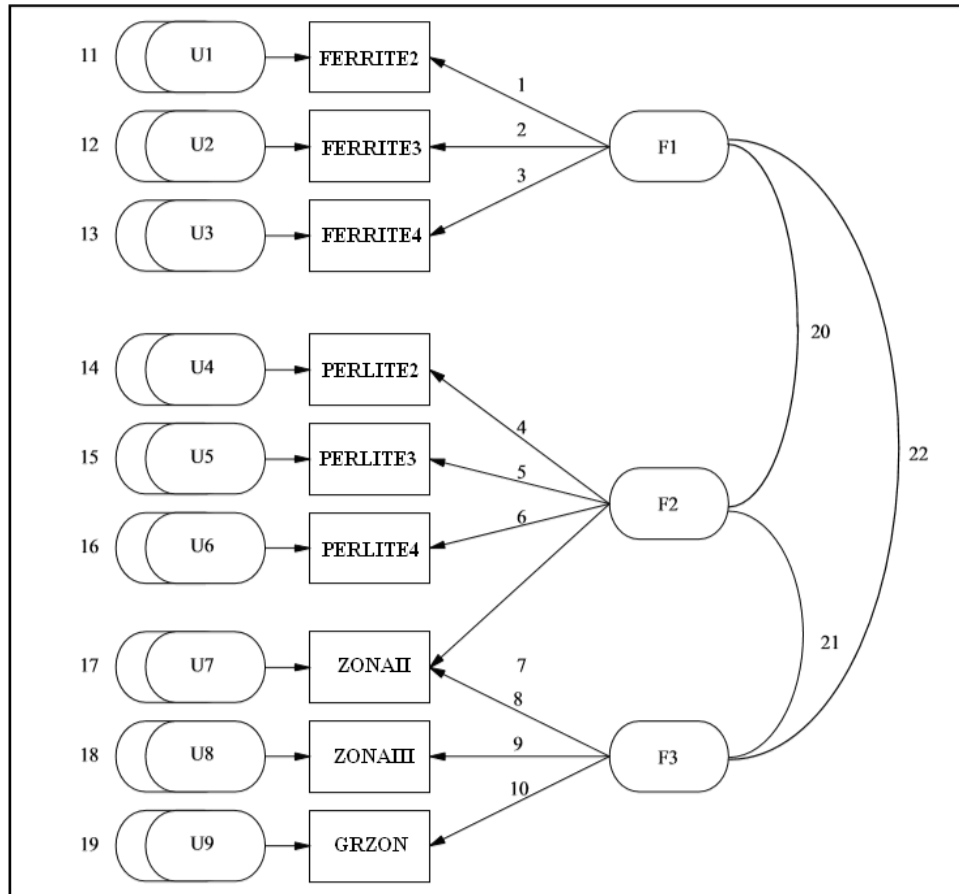


Рис. 2. Діаграма шляхів підтверджуючого факторного аналізу

З метою спрощення наступного етапу моделювання виявлені фактори умовно розподілено на такі компоненти:

- структура 1 (STRUCTURE1) – відносяться змінні, які навантажують перший фактор: FERRITE2, FERRITE3, FERRITE4;
- структура 2 (STRUCTURE2) – змінні, які навантажують другий фактор, тобто PERLITE2, PERLITE3, PERLITE4;
- геометричні розміри (GEOMETRY) – відносяться змінні, які навантажують третій фактор: ZONAII, ZONA III, GRZON.

На підставі групування факторів та результатів підтверджуючого факторного аналізу отримано та досліджено відповідні коваріаційні та кореляційні матриці взаємозв'язку (табл. 1).

Дані, наведені в таблиці 1 являють собою матриці, в яких кожний рядок отриманих результатів оцінення моделі аналізує кожен здійснений етап аналізу шляхів.

Як метод оцінення моделі застосовано узагальнений метод найменших квадратів (УМНК) [14], на наступному етапі – метод максимум правдоподібності (МП) [15]. Таким чином, виконувалося п'ять ітераційних процесів із застосуванням УМНК і така ж кількість ітерацій із застосуванням методу МП.

Відповідно, під час побудови моделі отримано оцінки для кожного з параметрів, стандартні похибки факторних навантажень. Також прораховано стандартні відхилення для кожного з написаних шляхів.

Аналіз наведених даних показує, що стандартні похибки знаходяться в допустимих інтервалах. Статистична оцінка виконана за критерієм Стьюдента (так звана *T*-статистика, яка відображає значення критерію для гіпотези, що значення параметра дорівнює нулю), який показує межу відхилення кожного параметра від його номінальної величини. При цьому імовірнісний рівень повинен приймати значення, наближені до 1 за рівня

значущості $p = 0$. Отже, можна зробити висновок, що всі коефіцієнти кореляції між факторами та вихідними змінними значущі.

Перевірка отриманих моделей здійснювалась із використанням статистичного апарату критеріїв згоди [16]. Результати цього етапу наведені в таблиці 2.

Таблиця 1

Оцінка моделі підтверджуючого факторного аналізу

Аналіз шляхів (рисунок 2)	Оцінка параметра	Стандартні помилки	T статистики	Імовірнісний рівень
<i>Коваріаційний аналіз</i>				
(STRUCTURE1)-1->[FERRITE2]	0,07	0,17	0,45	0,66
(STRUCTURE2)-4->[PERLITE2]	0,80	0,14	5,68	0,68
(GEOMETRY) -8->[ZONAII]	-1,51	0,19	-7,95	0,73
<i>Кореляційний аналіз</i>				
(STRUCTURE1)-1->[FERRITE2]	0,07	0,17	0,45	0,65
(STRUCTURE2)-4->[PERLITE2]	0,80	0,06	12,69	0,00
(GEOMETRY) -8->[ZONAII]	-1,51	0,22	-6,93	0,00

Таблиця 2

Перевірка адекватності отриманих результатів

Критерії оцінки	Коваріаційна матриця	Кореляційна матриця
Функція незгоди	1,3E+002	1,3E+022
Критерій УУПММ	3,4E-007	1,7E-007
Критерій УИМ	0,0011	0,00061
χ^2 -квадрат	47,20	47,20
Максимум косинуса залишків	0,00	0,00

При цьому здійснювали аналіз за такими статистичними критеріями [16]:

- функція незгоди: відображає кінцеве значення залежності, форма якої приймається до допомогою функції незгоди;
- критерій стійкості до множення на постійний множник масштабу (критерій УУПММ): повинен наближатися до 0;
- критерій стійкості до зміни масштабу (критерій УИМ): також повинен наближатися до 0;
- χ^2 -квадрат: оцінює розбіжність між вихідною та відтвореною кореляційною матрицями;
- максимум косинуса залишків: повинен наближатися до нуля. При цьому буде виконуватися умова, що процес ітерації зійшовся.

Аналіз даних, наведених у таблиці 2, відповідає перерахованим умовам.

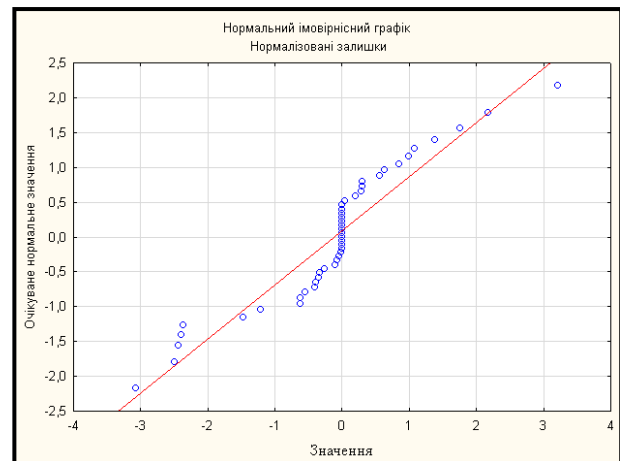


Рис. 3. Графічна інтерпретація кореляційного аналізу результатів підтверджуючого факторного аналізу

Графічну інтерпретацію матриці кореляційного аналізу наведено на рисунку 3. Аналіз даних показує, що залишки з достатнім ступенем точності лягають на пряму, яка відповідає нормальному закону розподілу.

Тому гіпотеза про нормальний розподіл помилок приймається. З графіка розподілу залишків випливає, що вони хаотично розкидані на площині і в їх поведінці немає закономірностей. Немає підстави говорити, що залишки корелюються між собою. Отже, можна зробити висновок, що отримана модель адекватна.

Висновки

1. З використанням математичного апарату імітаційного моделювання методом підтверджуючого факторного аналізу досліджено взаємозв'язок між параметрами режиму лазерного зварювання та морфологічними ознаками структурного стану низьковуглецевої низьколегованої сталі 09Г2С.

2. Методика підтверджуючого факторного аналізу запропонована у вигляді діаграми шляхів. Відповідно, діаграма шляхів побудована як графічна інтерпретація взаємозв'язку між критеріями структурного стану (відсотковий вміст та геометричні розміри основних структурних

складових фериту та перліту) та наслідком дії лазерного зварювання (геометричні розміри ділянок зварного з'єднання).

3. Проведено коваріаційний та кореляційний аналіз отриманих даних. При цьому отримано матриці, які аналізують кожен шлях моделі. Показники отриманих критеріїв відповідають достовірності, а саме: отримані критерії УУПММ та УИМ наближені до нуля; імовірнісний рівень близький до 1; максимальне значення косинуса залишків наближене до нуля; коефіцієнти між коваріаціями (кореляціями) та вихідні дані значимі на рівні $p = 0$.

4. Отримано графічну інтерпретацію кореляційного аналізу, а саме імовірнісний графік нормалізованих залишків. Аналіз графіка показав, що залишки з достатнім ступенем точності лягають на пряму, яка відповідає нормальному закону розподілу, та хаотично розкидані на площині, і в їх поведінці немає закономірностей. Це свідчить про адекватність отриманої моделі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Неруш В. Б., Курдеча В. В. Імітаційне моделювання систем та процесів: електр. навч. вид. Конспект лекцій. Київ : НН ІТС НТУУ «КПІ». 2012. 115 с. URL: https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/15598/1/Konspekt_lekciy_imit_modelyr_syst_process%28CHANGED%29.pdf
2. Ситник В. Ф., Орленко Н. С. Імітаційне моделювання : навч. посіб. Київ : КНЕУ, 2008. 232 с. URL : <https://studfile.net/preview/5470103/>
3. Кадієвський В. А., Жадлун З. О., Жадлун А. О. Імітаційне моделювання економічних процесів. Київ : НАУ, 2002. 230 с. URL: <https://econom.lnu.edu.ua/course/imitatsijne-modelyuvannya>
4. Велика О. Т., Ляковська С. Є., Смотров О. О., Бойко М. В. Імітаційне моделювання технологічного процесу виготовлення виробів у середовищі FlexSim. *Науковий вісник НЛТУ України*. 2021. Т. 31, № 2. С. 108–113. URL: <https://nv.nltu.edu.ua/index.php/journal/issue/view/219>
5. Жерновий Ю. В. Імітаційне моделювання систем масового обслуговування : практикум. Львів : ВЦ ЛНУ ім. І. Франка. 2007. 312 с. URL: https://zyurvas.narod.ru/Queueing/Imit_model.pdf
6. Інструкція користувача StatSoft Statistica. URL: <http://statsoft.ru/home/textbook/default.htm>.
7. Огірко О. І., Галайко Н. В. Теорія ймовірностей та математична статистика : навч. посіб. Львів : Львівський національний університет імені Івана Франка. 2017. 292 с. URL: <https://dspace.lvduvs.edu.ua/bitstream/1234567890/629/1/%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F%20%D0%B9%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%B9%20%D0%BF%D1%96%D0%B4%D1%80%D1%83%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%BA.pdf>
8. Slupska Y., Laukhin D., Poznyakov V., Kostin V., Beketov O., Rott N., Dadiverina L., Liubymova-Zinchenko O. Features in the formation of the structural state of low-carbon micro-alloyed steels after electron beam welding. *Materials science. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. Vol. 3, № 12 (111). Pp. 25–31. URL: <https://journals.uran.ua/eejet/article/view/234783>
9. Slupska Y., Laukhin D., Beketov O., Babenko E., Rott N., Dytiuk V. Metallographic analysis of potential areas of destruction initiation of the zone of thermal impact of low-carbon steels after laser welding. *Materials Science and Industrial Machine-Building*. № 65. Pp. 88–98. URL: <https://znp.nmu.org.ua/index.php/uk/arkhiv-zhurnalu/38-65ua/451-65ua09>
10. Слупська Ю. С., Лаухін Д. В., Бекетов О. В., Тютєрев І. А., Ротт Н. О., Чашин Д. Ю., Торопченів Г. О., Пико М. О. Металографічний аналіз структурного стану низьковуглецевих низьколегованих сталей після

автоматичного зварювання під шаром флюсу. *Modern engineering and innovative technologies*. 2021. № 16. Ч. 1. С. 105–113. URL: <https://www.moderntechno.de/index.php/meit/issue/view/meit16-01/meit16-01>

11. Слупська Ю. С., Лаухін Д. В., Бекетов О. В., Тютюрев І. А., Ротт Н. О. Застосування методів факторного аналізу у дослідженні структурного стану зварного з'єднання після лазерного зварювання. *Український журнал будівництва та архітектури*. 2021. № 3 (003). С. 91–100. URL : <https://uajcea.pgasa.dp.ua/article/view/239178/237668>

12. Програмний комплекс StatSoftStatistika. URL: <https://statsoft.com>

13. Borsboom D., Mellenbergh G. J., van Heerden J. The Theoretical Status of Latent Variables. *Psychological Review*. 2003. Vol. 110, № 2. Pp. 203–219. URL: <https://psycnet.apa.org/record/2003-00307-002>

14. Барковський В. В., Барковська Н. В., Лопатін О. К. Теорія ймовірностей та математична статистика. Київ : ЦУЛ, 2002. 448 с. URL: <https://library.kre.dp.ua/Books/2-4%20kurs/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F%20%D0%B9%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%96%20%D1%82%D0%B0%20%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%20%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0%20%D0%91%D0%B0%D1%80%D0%BA%D0%BE%D0%B2%D1%81%D1%8C%D0%BA%D0%B8%D0%B9%20%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F%20%D1%96%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%B9%20%D1%82%D0%B0%20%D0%9C%D0%A1%202010.pdf>

15. Іванюта І. Д., Рибалка В. І., Рудоміно-Дусятська І. А. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики. Київ: Слово, 2003. 272 с. URL: https://dspace.udpu.edu.ua/bitstream/123456789/13667/1/%D0%9F%D1%96%D0%B4%D1%80%D1%83%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%BA%20%D0%95%D0%BB%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B8%20%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%97%20%D0%B9%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%B9%20%28%D1%84%D1%96%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%20%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%81%D1%96%D1%8F%29_repository.pdf

16. Карташов М. В. Імовірність, процеси, статистика : посіб. Київ : Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008. 494 с. URL : https://probability.knu.ua/userfiles/kmv/VPS_Pv.pdf

REFERENCES

1. Nerush V.B. and Kurdecha V.V. *Imitatsiine modeliuвання system ta protsesiv : elektronne navchalne vydannia. Konspekt lektzii* [Simulation modeling of systems and processes : electronic educational edition. Synopsis of lectures.] Kyiv : NN ITS NTUU “KPI”, 2012, 115 p. URL: https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/15598/1/Konspekt_lekciy_Imit_modelyr_syst_process%28CHANGED%29.pdf (in Ukrainian).

2. Sytnyk V.F. and Orlenko N.S. *Imitatsiine modeliuвання : navch. posibnyk* [Simulation modeling : education. manual]. Kyiv : KNEU, 2008, 232 p. URL: <https://studfile.net/preview/5470103/> (in Ukrainian).

3. Kadiievskiy V.A., Zhadlun Z.O. and Zhadlun A.O. *Imitatsiine modeliuвання ekonomichnykh protsesiv*. [Simulation modeling of economic processes]. Kyiv : NAU Publ., 2002, 230 p. URL: <https://econom.lnu.edu.ua/course/imitatsijne-modelyuvannya> (in Ukrainian).

4. Velyka O.T., Liaskovska S.Ye., Smotr O.O. and Boiko M.V. *Imitatsiine modeliuвання tekhnolohichnoho protsesu vyhotovlennia vyrobiv u seredovyshchi FlexSim* [Simulation modeling of the manufacturing process of products in the FlexSim environment.] *Naukovyi visnyk NLTU Ukrainy* [Scientific Bulletin of NLTU of Ukraine]. 2021, vol. 31, no. 2, pp. 108–113. URL: <https://nv.nltu.edu.ua/index.php/journal/issue/view/219> (in Ukrainian).

5. Zhernovyi Yu.V. *Imitatsiine modeliuвання system masovoho obsluhovuvannia : praktykum* [Simulation modeling of mass service systems : workshop]. Lviv : VTs LNU im. I. Franka, 2007, 312 p. URL : https://zyurvas.narod.ru/Queueing/Imit_model.pdf (in Ukrainian).

6. *Instruktsiia korystuvacha StatSoft Statistica* [StatSoft Statistica User Manual]. URL : <http://statsoft.ru/home/textbook/default.htm> (in Ukrainian).

7. Ohirko O.I. and Halaiko N.V. *Teoriia ymovirnostei ta matematychna statystyka : navchalnyi posibnyk* [Probability theory and mathematical statistics : a textbook]. Lviv : LvDUVS, 2017, 292 p. URL : <https://dspace.lvduvs.edu.ua/bitstream/1234567890/629/1/%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F%20%D0%B9%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%B9%20%D0%BF%D1%96%D0%B4%D1%80%D1%83%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%BA.pdf> (in Ukrainian).

8. Slupska Y., Laukhin D., Poznyakov V., Kostin V., Beketov O., Rott N., Dadiverina L. and Liubymova-Zinchenko O. Features in the formation of the structural state of low-carbon micro-alloyed steels after electron beam welding. *Materials Science. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021, vol. 3, no. 12 (111), pp. 25–31. URL : <https://journals.uran.ua/eejet/article/view/234783>

9. Slupska Y., Laukhin D., Beketov O., Babenko E., Rott N. and Dytiuk V. Metallographic analysis of potential areas of destruction initiation of the zone of thermal impact of low-carbon steels after laser welding. *Materials Science and Industrial Mechine-Building*. No. 65, pp. 88–98. URL: <https://znp.nmu.org.ua/index.php/uk/arkhiv-zhurnalu/38-65ua/451-65ua09>

10. Slupska Yu.S., Laukhin D.V., Beketov O.V., Tiutieriev I.A., Rott N.O., Chashyn D.Iu., Toropchenov H.O. and Pyko M.O. *Metalohrafichnyi analiz strukturnoho stanu nyzkovuhletsevykh nyzkolehovanykh stalei pislia avtomatichnoho zvaryuvannia pid sharom fliusu* [Metallographic analysis of the structural state of low-carbon, low-alloy steels after automatic welding under a flux layer.] *Modern Engineering and Innovative Technologies*. 2021, no. 16, part 1, pp. 105–113. URL: <https://www.moderntechno.de/index.php/meit/issue/view/meit16-01/meit16-01> (in Ukrainian).
11. Slupska Yu.S., Laukhin D. V., Beketov O. V., Tiuterev I. A. and Rott N. O. *Zastosuvannia metodiv faktornoho analizu u doslidzhenni strukturnoho stanu zvarnogo ziednannia pislia lazernoho zvaryuvannia* [Application of factor analysis methods in the study of the structural state of the welded joint after laser welding.] *Ukrainskyi zhurnal budivnytstva ta arkhitektury* [Ukrainian Journal of Civil Engineering and Architecture]. 2021, no. 3 (003), pp. 91–100. URL: <https://uajcea.pgasa.dp.ua/article/view/239178/237668> (in Ukrainian).
12. *Prohramnyi kompleks StatSoftStatistika* [StatSoftStatistika software complex]. URL: <https://statsoft.com> (in Ukrainian).
13. Borsboom D., Mellenbergh G.J. and van Heerden J. The Theoretical Status of Latent Variables. *Psychological Review*. 2003, vol. 110, no. 2, pp. 203–219. URL: <https://psycnet.apa.org/record/2003-00307-002>
14. Barkovskiy V.V., Barkovska N.V. and Lopatin O.K. *Teoriia ymovirnosti ta matematychna statystyka* [Probability theory and mathematical statistics]. Kyiv : TsUL, 2002, 448 p. URL: <https://library.kre.dp.ua/Books/2-4%20kurs/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F%20%D0%B9%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%96%20%D1%82%D0%B0%20%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%20%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0%20%D0%91%D0%B0%D1%80%D0%BA%D0%BE%D0%B2%D1%81%D1%8C%D0%BA%D0%B8%D0%B9%20%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F%20%D1%96%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%B9%20%D1%82%D0%B0%20%D0%9C%D0%A1%202010.pdf> (in Ukrainian).
15. Ivaniuta I.D., Rybalka V.I. and Rudomino-Dusiatska I.A. *Elementy teorii ymovirnosti ta matematychnoi statystyky* [Elements of probability theory and mathematical statistics]. Kyiv : Slovo, 2003, 272 p. URL : https://dspace.udpu.edu.ua/bitstream/123456789/13667/1/%D0%9F%D1%96%D0%B4%D1%80%D1%83%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%BA%20%D0%95%D0%BB%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B8%20%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%97%20%D0%B9%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%B9%20%28%D1%84%D1%96%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%20%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%81%D1%96%D1%8F%29_repository.pdf (in Ukrainian).
16. Kartashov M.V. *Imovirnist, protsesy, statystyka : posibnyk* [Probability, processes, statistics : handbook]. Kyiv: Publishing and Printing Center "Kyiv University", 2008, 494 p. URL : https://probability.knu.ua/userfiles/kmv/VPS_Pv.pdf (in Ukrainian).

Надійшла до редакції: 07.09.2023.