УДК 624.04:624.07:519.688

ОСОБЛИВОСТІ РОЗРАХУНКУ І ПРОЕКТУВАННЯ СТРИЖНЕВИХ СИСТЕМ, ЩО ЕКСПЛУАТУЮТЬСЯ В УМОВАХ ВИПАДКОВИХ НАВАНТАЖЕНЬ І ВПЛИВІВ

Єгоров Є. А., д. т. н, проф., **Кучеренко О. Є**., к. т. н.
Державний вищій навчальний заклад
«Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»

Постановка проблеми. Різноманіття сучасних архітектурних форм, перспективи освоєння космосу та інші нові виклики в будівельній галузі висувають багато нових проблем, які не вкладаються в існуючу філософію загального методу їх розрахунку та проектування. Це викликано, перш за все, тим, що у всіх перелічених випадках варіативність зовнішніх впливів виявляється важко передбачуваною. А в умовах космосу (різкі перепади температур, радіація та ін.) далеко невизначеними стають і можливі змінювання фізико-механічних властивостей будівельних матеріалів, в тому числі і сталі. Застосування в таких умовах методу розрахункових граничних станів (або методу часткових коефіцієнтів надійності, як прийнято називати його за кордоном) в його традиційній постановці не забезпечує знаходження ефективного компромісу між надійністю та ефективністю об'єктів, що будуються [1].

Мета роботи. У даній роботі автори демонструють можливість розв'язання задач з розрахунку і проектування конструкцій у вигляді плоских або просторових стрижневих систем на основі розробленого ними алгоритму. Алгоритм ґрунтується на використанні напіввизначеної оптимізації для пошуку оптимальної топології системи з визначенням параметрів перерізів всіх її елементів і одночасним більш ретельним і точним урахуванням можливої змінності зовнішніх навантажень і впливів.

Основні результати. Ілюстрація алгоритму подається на прикладі плоскої стрижневої системи, базовий варіант (повний граф) якої показаний на рисунку 1. В схемі відстань між опорами складає 2 м, а висота 1 м.

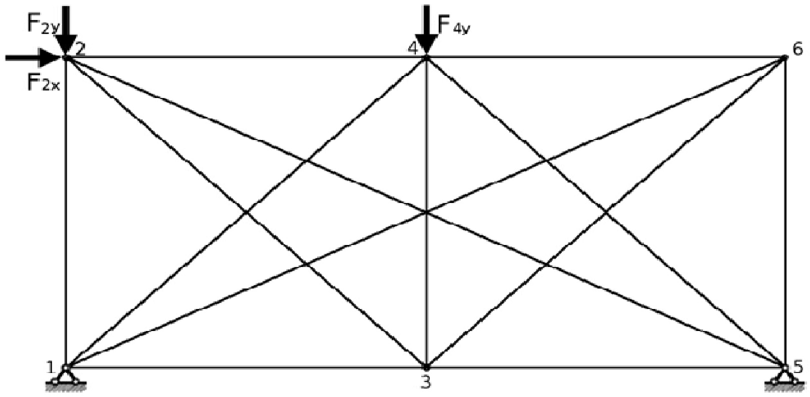

Рис. 1. Базова схема структури

Припустимо, що сили, які діють на систему, мають ймовірнісну природу та відповідають наступним розподілам:

1. Сила F_{2x} – розподіл Вейбула **W**($\lambda = 2{\cdot}10^5$, $k = 1.3$);
2. Сила F_{2y} − нормальний розподіл **N**($\mu = -10^5$, $\sigma = 10^3$);
3. Сила F_{4y} − узагальнений розподіл екстремальних значень **GEV**($\mu = -2{\cdot}10^5$, $\sigma = 10^3$, $\xi = 10^{-2}$).

За таких умов середні значення навантажень з 95 % довірчою ймовірністю знаходяться в інтервалах: 1) $F_{2x} \in$ (176483, 194263) Н; 2) $F_{2y} \in$ (-100057, -99935) Н; 3) $F_{4y} \in$ (-199496, -199334) Н.

Треба визначити, яка топологія системи і які площі перерізів якнайкраще відповідатимуть наведеним вище умовам.

Для відповіді на поставлене питання формуються n випадкових вибірок навантажень $\{F_{2x}, F_{2y}, F_{4y}\}_{i \in 1..n}$ і далі для кожної такої вибірки розв'язується напіввизначена оптимізаційна задача:

$$
\begin{aligned}
& minimize \quad \Omega \\
& \sum_{i=1}^{m} v_i \le 1 \\
& v_i \ge 0, i = 1 \ldots m \\
& \begin{pmatrix} \Omega & F_j^{\,T} \\ F_j & \sum\limits_{i=1}^{m} \dfrac{E_i v_i}{L_i^2} a_i a_i^T \end{pmatrix} \ge 0,\ j = 1, \ldots, M,
\end{aligned}
$$

де $\Omega \ge \frac{1}{2} F^T u$, a_i − стовпець матриці рівнянь рівноваги; $L \in R_+^m$ − довжини стрижнів; $E \in R_+^m$ − модулі Юнга, які вважатимемо рівними $2 \cdot 10^{11}$ Па.

Розв'язок задачі визначає загальну топологію системи та оптимальне співвідношення між об'ємами стрижнів $v_1 : v_2 : \ldots : v_m$. Об'єм кожного окремого стрижня обчислюється як $V_i = V \cdot v_i$, де V − загальний об'єм всіх стрижнів, який визначається з додаткових умов міцності та стійкості [5, 6]. В даному випадку розглядалися стрижні зі сталі з розрахунковим опором R = $2.1 \cdot 10^8$ Па. Геометрія перерізів стрижнів приймалася у вигляді суцільного круга (суто для спрощення розрахункових операцій).

Розв'язування оптимізаційної задачі веде до топологічної схеми, яка зображена на рисунку 2.

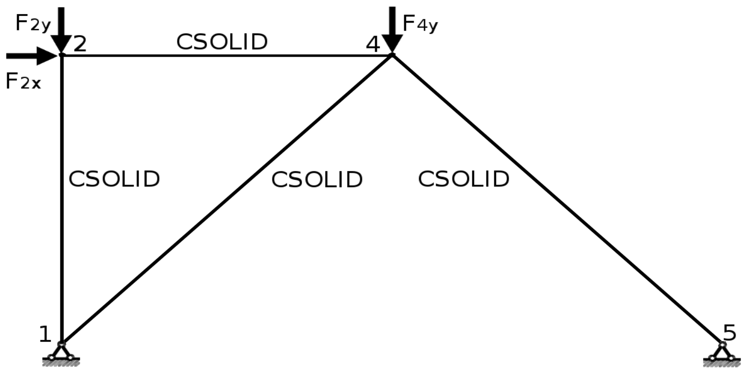

Рис. 2. Оптимальна топологія стрижневої системи

При цьому розподіл випадкових внутрішніх зусиль в певних стрижнях матимемо мультимодальний характер. Саме це, головним чином, і обумовлює складність процесу визначення конструктивних параметрів навіть такої тривіальної стрижневої системи, якщо вона функціонує за умов одночасної дії випадкових навантажень.

У таблиці 1 наведено довірчі інтервали площі перерізів стрижнів системи, які визначалися з використанням статистичного бутстрепу.

Таблиця 1

Стрижень	0.9-квантиль, м^2	Інтервал, м^2
1−2	0.001554	(0.001551, 0.001559)
1−4	0.002940	(0.002920, 0.002957)
2−4	0.003474	(0.003430, 0.003514)
4−5	0.002373	(0.002370, 0.002375)

Отримані розподіли перерізів стрижнів і топологія системи є в своєму роді оптимальними (по масі) для розглянутого прикладу.

Висновки. Наведено один з можливих алгоритмів оптимального проектування стрижневої системи при дії на неї випадкових навантажень. Алгоритм дозволяє визначати оптимальну топологію системи з визначенням відповідної площі перерізів (будь-якого виду) всіх її стрижнів.

Список використаних джерел

1. Валуйских В. П. Статистические методы оптимального проектирования конструкций. Владимир : Владим. гос. ун-т, 2001. 156 с.
2. Ben-Tal A., Nemirovski A. Robust truss topology design via semi definite programming. *SIAM Journal on optimization*. Vol. 7, iss. 4, 1997, p. 991.
3. Takada T. Multiobjective optimization of truss topology by linear / sequential linear programming method. *Journal of Mechanical Engineering and Automation*. 2012. Vol. 2. Pp. 585−593.
4. Єгоров Є. .А., Кучеренко О. Є. Нелінійна оптимізація топології просторових стержневих систем. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2018. № 100. С. 105–114.
5. Ржаницын А. Р. Строительная механiка. Москва : Высшая школа, 1982. 400 с.
6. Kattan P. Matlab Guide to Finite Elements. New York : Springer, 2008. 430 p.