

УДК 532.526 : 532.24

DOI:10.30838/J.PMNTM.2413.240418.56.106

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ЖИДКОСТИ НА КРИВОЛИНЕЙНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ПОТОКЕ ВОЗДУШНО-КАПЕЛЬНОЙ СРЕДЫ

АЛЕКСЕЕНКО С. В.^{1*}, к. т. н., доц.,
ЮШКЕВИЧ О. П.², к. т. н., доц.

^{1*} Кафедра механотроники, Дніпровський національний університет імені Олеса Гончара, пр. Гагаріна, 72, Дніпро, 49000, Україна, тел. +38(050)-480-85-03, e-mail: alexeyenko_sv@ukr.net, ORCID ID: 0000-0003-0320-989X

² Кафедра механотроники, Дніпровський національний університет імені Олеса Гончара, пр. Гагаріна, 72, Дніпро, 49000, Україна, тел. +38(066)-775-37-58, e-mail: ReilTO@i.ua, ORCID ID:0000-0002-7199-8424

Аннотация. Постановка проблемы. Разработаны методика и программно-методическое обеспечение, позволяющие моделировать процессы кристаллизации воды на криволинейных поверхностях, в трехмерной постановке. Для описания воздушно-капельного потока предложен подход, основанный на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса с использованием алгебраической модели турбулентности Болдуина – Ломэкса, в рамках которого движение переохлажденных капель воды описано с помощью модели взаимопроникающих сред. Численное моделирование процесса нарастания кристаллов льда выполнено с использованием метода поверхностных контрольных объемов, базирующегося на уравнениях неразрывности, сохранения количества движения и энергии. **Результаты расчетов** представлены на примере обледенения крыла ONERA M6. **Выводы.** При рассмотрении процесса кристаллизации выпадающей жидкости из воздушно-капельного потока на крыле со стреловидностью происходит искривление линий тока вблизи передней кромки, что оказывает влияние на характер перемещения незамерзшей жидкости по обтекаемой поверхности. По мере удаления по размаху крыла, с уменьшением длины хорды поперечного сечения, в том числе, увеличивается объем незамерзшей жидкости, перемещающейся в направлении вдоль крыла, оказывающей существенное влияние на форму моделируемых наростов льда. Предложенная методика может иметь более широкое применение в различных отраслях знаний, например, ветроэнергетике, машиностроении, в задачах материаловедения, в том числе при моделировании процессов напыления расплавов металлов на поверхности металлоизделий, при изучении процесса алитирования труб.

Ключевые слова: численное моделирование; осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса; модель турбулентности Болдуина – Ломэкса; крыло ONERA M6; обледенение летательных аппаратов

ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ КРИСТАЛІЗАЦІЇ РІДИНИ НА КРИВОЛІНІЙНІЙ ПОВЕРХНІ В ПОТОЦІ ПОВІТРЯНО-КАПЕЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА

ОЛЕКСЕЄНКО С. В.^{1*}, к. т. н., доц.,
ЮШКЕВИЧ О. П.², к. т. н., доц.

^{1*} Кафедра механотроніки, Дніпровський національний університет імені Олеса Гончара, пр. Гагаріна, 72, Дніпро, 49000, Україна, тел. 050-480-85-03, e-mail: alexeyenko_sv@ukr.net, ORCID ID: 0000-0003-0320-989X

² Кафедра механотроніки, Дніпровський національний університет імені Олеса Гончара, пр. Гагаріна, 72, Дніпро, 49000, Україна, тел. +38(066)-775-37-58, e-mail: ReilTO@i.ua, ORCID ID:0000-0002-7199-8424

Анотація. Постановка проблеми. Розроблено методику та програмно-методичне забезпечення, що дозволяють моделювати процеси кристалізації води на криволінійних поверхнях, у тривимірній постановці. Для опису повітряно-крапельного потоку запропоновано підхід, заснований на розв'язанні осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є – Стокса з використанням алгебраїчної моделі турбулентності Болдуїна – Ломекса, в рамках якого рух переохладжених крапель води описано за допомогою моделі взаємопроникних середовищ. Числове моделювання процесу наростання кристалів криги виконане із застосуванням методу поверхневих контрольних об'ємів, що базується на рівняннях нерозривності, збереження кількості руху й енергії. **Результати розрахунків** наведені на прикладі обмерзання крила ONERA M6. **Висновки.** У процесі кристалізації рідини, що випадає з повітряно-крапельного потоку на стрілоподібне крило, відбувається викривлення ліній течії поблизу передньої кромки, що впливає на характер переміщення рідини, яка не замерзла, по обтічній поверхні. У міру віддалення за розмахом крила, зі зменшенням довжини хорди поперечного перерізу, в тому числі, збільшується обсяг рідини, яка переміщується у напрямку вздовж крила, що істотно впливає на форму модельованих крижаних наростів. Запропонована методика може мати більш широке застосування в різних галузях знань, наприклад, вітроенергетиці, машинобудуванні, в задачах металознавства, в тому числі для моделювання процесів наплення розплавів металів на поверхні металовиробів та вивчення процесу алітування труб.

Ключові слова: числове моделювання; осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є – Стокса; модель турбулентності Болдуїна – Ломакса; крило ONERA M6; обмерзання літальних апаратів

NUMERICAL MODELLING OF THE LIQUID CRYSTALLIZATION PROCESSES ON THE CURVILINEAR SURFACE IN THE FLOW OF THE AIR-DROPLET ENVIRONMENT

ALEKSEYENKO S.V.^{1*}, *Cand. Sc. (Tech.), Ass. Prof.*,
YUSHKEVICH O.P.², *Cand. Sc. (Tech.), Ass. Prof.*

^{1*} Department of Mechatronics, Oles Honchar Dnipro national university, Dnipro, Gagarin ave., 72, 49000, Ukraine, tel. 050-480-85-03, e-mail: alexeyenko_sv@ukr.net, ORCID ID: 0000-0003-0320-989X

² Department of Mechatronics, Oles Honchar Dnipro national university, Dnipro, Gagarin ave., 72, 49000, Ukraine, tel. +38(066)-775-37-58, e-mail: ReilTO@i.ua, ORCID ID: 0000-0002-7199-8424

Annotation. Statement of the problem. A methodology and software-methodical support that allow modelling the processes of water crystallization on curvilinear surfaces in a three-dimensional setting have been developed. To describe the air-droplet flow, an approach, based on solving the Reynolds averaged Navier – Stokes equations using the Baldwin–Lomax algebraic turbulence model is proposed. In this model the motion of supercooled water droplets is described using a model of interpenetrating media. Numerical simulation of the process of ice crystals growth is performed using the method of surface control volumes, based on the mass, energy conservation and momentum equations. *The calculations results* are presented on the example of ONERA M6 wing icing. **Conclusions.** Considering the process of crystallization of a precipitation liquid from an air-droplet flow on a swept wing, a curvature of the streamlines near the leading edge occurs, which affects the character of the movement of the unfrozen liquid along the streamlined surface. With decreasing the length of the chord of the cross section of the wing, the volume of the unfrozen liquid, moving along the wing, which also also significantly influences the shape of the simulated ice build-up, is increasing. The proposed methodology can have wider application in various fields of knowledge, for example, wind power engineering, engineering, in materials science, including modelling the processes of sputtering metal melts on the surface of metal products, while studying the process of pipe aluminizing.

Keywords: numerical modelling; Reynolds-averaged Navier – Stokes equations; Baldwin – Lomax turbulence model; ONERA M6 wing, aircrafts icing

Введение

Одной из ключевых проблем теории кристаллизации жидкости является применение численного моделирования как достаточно эффективного инструмента, позволяющего значительно снизить время и стоимость исследований в этой области. В настоящее время известны несколько специализированных пакетов программ для моделирования кристаллизации жидкости (обледенения) на криволинейных поверхностях [1–4]. Эти инструменты используют различные модели механики сплошной среды, имеют различную точность и требуют различной мощности компьютеров. Лишь немногие из них рассматривают процесс обледенения как нестационарный, используют уравнения для многофазных сред при описании движения воздуха и переохлажденных капель воды. Также в существующих методиках для описания процессов теплообмена при нарастании кристаллов воды (льда), как правило, используют одномерные интегральные соотношения, что значительно сужает границы применимости такого подхода в задачах в трехмерной постановке.

Целью настоящей работы является разработка программно-методического обеспечения, позволяющего описывать процессы кристаллизации на криволинейных аэродинамических поверхностях, в том числе поверхностях летательных аппаратов,

лопастях ветроагрегатов, проводах электропередач, элементах метеорологического оборудования, в технологических процессах нанесения покрытий и т. д., с учетом вязкости и сжимаемости среды в трехмерной постановке.

Постановка задачи

Внешний воздушно-капельный поток. При описании внешнего воздушно-капельного потока в трехмерной постановке реализована модель взаимопроникающих сред, которая была предложена Х. А. Рахматулиным [5] и которая также использовалась авторами данной работы при решении задачи обледенения профиля крыла в двумерной постановке [6–10]. Эта модель базируется на понятии многоскоростной многотемпературной среды, в каждой точке которой имеется столько скоростей и температур, сколько фаз содержит рассматриваемая среда. Каждая фаза заполняет пространство непрерывно.

Основные допущения, принятые в модели при описании движения переохлажденных капель воды в воздушном потоке, следующие [5]:

- среда является многоскоростной и многотемпературной, состоящей из воздуха – вязкого сжимаемого несущего газа и переохлажденных капелек – фракций, с заданным законом распределения размеров, несжимаемых

сферических частиц, не взаимодействующих между собой;

- теплоемкости воздуха и переохлажденных капелек постоянны;
- размеры капелек во много раз больше молекулярно-кинетических и во много раз меньше расстояний, на которых осредненные макроскопические параметры течения меняются существенно;
- взаимодействие переохлажденных капелек с воздухом происходит посредством вязкости газа;
- температура отдельной переохлажденной капельки постоянна по ее объему.

В расчетах, согласно правилам, приведенным в [11], могут быть рассмотрены условия обледенения, когда размер переохлажденных капель может быть задан либо как средний объемный диаметр MED (или MVD), либо набором фракций согласно некоторому закону распределения, например, *Langmuir* или *Rosin – Rammler* [4]. При рассмотрении условий мороси и замерзающего дождя – соответствующий закон распределения, в зависимости от типа воздушно-капельного потока и значения MVD [11].

Уравнения, описывающие несущий воздушный поток и переохлажденные капли воды, связаны через источникные члены, учитывающие межфазный обмен импульсом и энергией. Они отличаются от уравнений Навье – Стокса лишь наличием этих источников. Для определения слагаемых, описывающих межфазное взаимодействие, пользуются результатами исследования процессов, происходящих при обтекании частиц потоками газа [12].

Нестационарные уравнения двухфазного течения в трехмерной постановке имеют вид [5]:

$$\frac{\partial \hat{q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} + \hat{H} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{S}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{T}}{\partial \zeta} \right), \quad (1)$$

где

$$\hat{q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \\ \rho_{jk} \\ \rho_{jk} u_{jk} \\ \rho_{jk} v_{jk} \\ \rho_{jk} w_{jk} \\ e_{jk} \end{bmatrix}, \quad \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U u + \xi_x p \\ \rho U v + \xi_y p \\ \rho U w + \xi_z p \\ (e+p)U \\ \rho_{jk} U_{jk} \\ \rho_{jk} U_{jk} u_{jk} \\ \rho_{jk} U_{jk} v_{jk} \\ \rho_{jk} U_{jk} w_{jk} \\ e_{jk} U_{jk} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho V u + \eta_x p \\ \rho V v + \eta_y p \\ \rho V w + \eta_z p \\ (e+p)V \\ \rho_{jk} V_{jk} \\ \rho_{jk} V_{jk} u_{jk} \\ \rho_{jk} V_{jk} v_{jk} \\ \rho_{jk} V_{jk} w_{jk} \\ e_{jk} V_{jk} \end{bmatrix}, \quad \hat{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho W u + \zeta_x p \\ \rho W v + \zeta_y p \\ \rho W w + \zeta_z p \\ (e+p)W \\ \rho_{jk} W_{jk} \\ \rho_{jk} W_{jk} u_{jk} \\ \rho_{jk} W_{jk} v_{jk} \\ \rho_{jk} W_{jk} w_{jk} \\ e_{jk} W_{jk} \end{bmatrix},$$

$$\hat{H} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ H_u \\ H_v \\ H_w \\ H_e \\ 0 \\ -H_{uk} \\ -H_{vk} \\ -H_{wk} \\ -H_{ek} \end{bmatrix},$$

$$\hat{R} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)u_\xi + \left(\frac{\mu}{3}\right)\xi_x(\xi_x u_\xi + \xi_y v_\xi + \xi_z w_\xi) \\ \mu(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)v_\xi + \left(\frac{\mu}{3}\right)\xi_y(\xi_x u_\xi + \xi_y v_\xi + \xi_z w_\xi) \\ \mu(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)w_\xi + \left(\frac{\mu}{3}\right)\xi_z(\xi_x u_\xi + \xi_y v_\xi + \xi_z w_\xi) \\ \frac{k}{Pr(\gamma-1)}(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)\frac{\partial}{\partial \xi}(a^2) + \\ + \frac{\mu}{2}(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)(u^2 + v^2 + w^2)_\xi + \\ + \frac{\mu}{6}[\xi_x^2(u^2)_\xi + \xi_y^2(v^2)_\xi + \xi_z^2(w^2)_\xi + 2\xi_x \xi_y (uv)_\xi] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{S} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)u_\eta + \left(\frac{\mu}{3}\right)\eta_x(\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta + \eta_z w_\eta) \\ \mu(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)v_\eta + \left(\frac{\mu}{3}\right)\eta_y(\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta + \eta_z w_\eta) \\ \mu(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)w_\eta + \left(\frac{\mu}{3}\right)\eta_z(\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta + \eta_z w_\eta) \\ \frac{k}{Pr(\gamma-1)}(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)\frac{\partial}{\partial \eta}(a^2) + \\ + \frac{\mu}{2}(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)(u^2 + v^2 + w^2)_\eta + \\ + \frac{\mu}{6}[\eta_x^2(u^2)_\eta + \eta_y^2(v^2)_\eta + \eta_z^2(w^2)_\eta + 2\eta_x \eta_y (uv)_\eta] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{t} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \mu(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)\mu_\zeta + \left(\frac{\mu}{3}\right)\zeta_x(\zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta) \\ \mu(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)v_\zeta + \left(\frac{\mu}{3}\right)\zeta_y(\zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta) \\ \mu(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)w_\zeta + \left(\frac{\mu}{3}\right)\zeta_z(\zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta) \\ \frac{k}{Pr(\gamma-1)}(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)\frac{\partial}{\partial \zeta}(a^2) + \\ + \frac{\mu}{2}(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)(u^2 + v^2 + w^2)_\zeta + \\ + \frac{\mu}{6}[\zeta_x^2(u^2)_\zeta + \zeta_y^2(v^2)_\zeta + \zeta_z^2(w^2)_\zeta + 2\zeta_x \zeta_y (uv)_\zeta] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$e = \rho \left[\varepsilon + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \right], \quad (3)$$

$$e_{jk} = \gamma \rho_{jk} \left[\omega T_{jk} + (u_{jk}^2 + v_{jk}^2 + w_{jk}^2) \right]$$

В уравнениях приняты следующие обозначения: u, v, w – компоненты вектора скорости в направлениях x, y, z ; ρ, p, e – плотность, давление и полная энергия единицы объема воздуха; a – скорость звука; γ – отношение удельных теплоемкостей; μ – коэффициент динамической вязкости; Re – числа Рейнольдса; Pr – число Прандтля, соответственно; $\xi_x, \xi_y, \xi_z, \eta_x, \eta_y, \eta_z, \zeta_x, \zeta_y, \zeta_z, J$ – метрические коэффициенты и якобиан преобразования координат

$$\xi = \xi(x, y, z, t), \eta = \eta(x, y, z, t), \zeta = \zeta(x, y, z, t),$$

U, V, W – контравариантные компоненты вектора скорости несущего потока воздуха и переохлажденных капель; переменные с индексом j описывают капли; ω – отношение удельной теплоемкости капель к теплоемкости воздуха при постоянном давлении, индекс k изменяется от 1 до n , где n – количество интервалов, которым поставлены в соответствие массовые доли капель заданного размера в воздушно-капельном потоке (согласно принятому закону распределения размеров капель по объему облака).

Интенсивность межфазного обмена импульсом и энергией определяется выражениями [12]:

$$\begin{aligned} H_{uk} &= \rho_{jk} A_{jk} (u - u_{jk}), \\ H_{vk} &= \rho_{jk} A_{jk} (v - v_{jk}), \quad H_{wk} = \rho_{jk} A_{jk} (w - w_{jk}), \\ H_{ek} &= \rho_{jk} A_{jk} B_{jk}, \end{aligned}$$

$$H_u = \sum_{k=1}^n H_{uk}, \quad H_v = \sum_{k=1}^n H_{vk}, \quad H_w = \sum_{k=1}^n H_{wk},$$

$$H_e = \sum_{k=1}^n H_{ek}, \quad (4)$$

где A_{jk}, B_{jk} – коэффициенты, определяющие обмен импульсом и энергией между фазами,

$$A_{jk} = \frac{9}{2} \frac{\mu_g f_{jk} \bar{L}}{m_{jk} r_{jk}^2 \bar{V}},$$

$$B_{jk} = 2\gamma [\bar{q}_{jk} \Delta \bar{q}_{jk} - g_c (T_{jk} - T)], \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \bar{q}_{jk} \Delta \bar{q}_{jk} &= u_{jk} (u - u_{jk}) + v_{jk} (v - v_{jk}) + \\ &+ w_{jk} (w - w_{jk}), \end{aligned}$$

$$g_c = Nu_{jk} / 6 f_{jk} Pr. \quad (6)$$

Нормированный коэффициент трения f_{jk} определяется формулой:

$$f_{jk} = \frac{C_D}{C_{D\text{Stokes}_k}}, \quad (7)$$

где C_D – коэффициент сопротивления капли, а

$$C_{D\text{Stokes}_k} = \frac{24}{Re_{jk}}. \quad (8)$$

Число Рейнольдса Re_{jk} , определенное по относительной скорости движения капель:

$$|\Delta q_{jk}| = \sqrt{(u - u_{jk})^2 + (v - v_{jk})^2 + (w - w_{jk})^2},$$

вычислялось по формуле:

$$Re_{jk} = \frac{2|\Delta q_{jk}| r_{jk} \rho}{\mu_g}. \quad (9)$$

В расчетах нормированный коэффициент трения f_{jk} и число Нуссельта для капель определялись соотношениями:

$$f_{jk} = \begin{cases} 1, & Re_{jk} \leq 0,49, \\ 1,125 Re_{jk}^{0,163}, & 0,49 \leq Re_{jk} \leq 80, \\ 0,0125 Re_{jk}^{1,217}, & 80 \leq Re_{jk} \leq 1000, \\ Re_{jk}/12, & Re_{jk} > 1000, \end{cases} \quad (10)$$

$$Nu = 2 + 0,459 Re^{0,55} Pr^{0,33} \quad (11)$$

В соотношениях (4) – (11) \bar{L} – характерный масштаб длины; r_{jk} – радиус капли, соответствующей k -му интервалу распределения размеров капель по объему; μ_g – коэффициент динамической вязкости воздуха; m_{jk} – массовая плотность капель, соответствующих k -му интервалу распределения; \bar{V} – характерная скорость; ρ – безразмерная плотность воздуха; остальные обозначения общепринятые.

Начальное распределение концентрации капелек в воздушно-капельном потоке, соответствующей k -му интервалу, может быть определено с помощью соотношения:

$$\rho_{jk} = \rho \phi_{jk} / (1 - \phi_{jk}), \quad (12)$$

где $\phi_{jk} = W_{jk} / W_m$ – массовая доля капель в воздушно-капельном потоке, имеющих размеры, соответствующие k -му интервалу.

При моделировании турбулентности использовалась алгебраическая модель турбулентности Болдуина – Ломакса [13]. Модель является одной из наиболее популярных алгебраических моделей турбулентности, хорошо себя зарекомендовала при решении задач обтекания аэродинамических профилей, требует небольших затрат машинного времени и памяти, менее требовательна к величине минимального шага расчетной сетки у стенки.

Нарастание кристаллического слоя. Для описания процесса нарастания кристаллического слоя (льда) использовался метод поверхностных контрольных объемов. На основе проведенных экспериментальных исследований [14] был сделан вывод о том, что основное замерзание поверхностной жидкости происходит со стороны льда, имеющего «бугристую» поверхность. Вода на поверхности льда находится во впадинах между «бугорками».

При относительно небольшой отрицательной температуре и высокой водности жидкость на поверхности может принимать форму несплошной пленки, обтекающей «бугорки» льда, и перемещаться под действием аэродинамической силы и перепада давления. Механизм разбрызгивания с последующим «подхватыванием» внешним потоком и «вторичным» выпадением, а также «перепрыгиванием» жидкости в результате столкновения переохлажденных капелек с обледеневающей поверхностью, играет ключевую роль при перемещении жидкости по/вдоль поверхности в области торможения, в дальней области ледяного нароста во всем диапазоне температур и также вносит существенный вклад в процесс перемещения жидкости на удалении от точки торможения.

Также экспериментальные исследования показали [15], что при переходе жидкости, содержащейся в переохлажденной капле, в состояние термодинамического равновесия образуется пространственная структура «лед – вода», которая, однако, начинает образовываться с задержкой во времени. Причем время этой задержки и длительность самого процесса образования распределенной по объему ледяной структуры оказывается на два порядка больше времени деформации и разбрызгивания поверхностных капелек. При этом необходимо отметить, что при небольших отрицательных температурах (когда происходит наиболее интенсивное перемещение незамерзшей жидкости вдоль обтекаемой поверхности) доля замерзшей воды на этом предварительном этапе образования пространственной ледяной структуры невелика (например, при температуре переохлажденных капелек, равной -1 °C, составляет лишь $\sim 1/80$).

В разработанной методике принято предположение о квазистационарности процесса перемещения жидкости вдоль обтекаемой поверхности в пределах шага по времени и, соответственно, правомерности применения модели с использованием метода поверхностных контрольных объемов на основе балансов массы и энергии (рис. 1).

При этом рассматривается условная эквивалентная пленка воды с линейным законом распределения скорости по толщине, движение которой определяется действием аэродинамических сил. Необходимо отметить, что, являясь обобщенным, метод поверхностных контрольных объемов не позволяет моделировать характерные неровности в виде т. н. «хвоста лобстера», «перьев», особенно в дальней области ледяных образований.

В рамках принятых допущений соотношения, описывающие массовые и тепловые балансы, можно получить на основе законов сохранения массы, энергии и количества движения для контрольного объема, расположенного на поверхности тела, по аналогии с работами [1–4].

Уравнение баланса массы. Рассмотрим контрольный объем, расположенный на поверхности обтекаемого тела (рис. 1). Текущий контрольный объем обозначим как P , а четыре соседних, соответственно N , E , W , S . r_{sn} – единичный вектор по направлению от S к N , а r_{we} – единичный вектор по направлению от W к E . На рисунке расчетная сетка, отображенная черным цветом, соответствует предыдущему временному шагу, отображенная красным цветом – текущему временному шагу. Масса входящей в контрольный объем жидкости за рассматриваемый промежуток времени m_{in} состоит из: массы влетающей воды из внешнего потока в виде переохлажденных капелек m_{cap} и массы втекающей жидкости из соседних контрольных объемов $\sum m_{rbin}$ [1; 2]:

$$m_{in} = m_{cap} + \sum m_{rbin} \quad (13)$$

Масса влетающей из внешнего потока воды – часть переохлажденных капель, находящихся во внешнем потоке воздуха, которые ударяются об обтекаемую поверхность. В случае применения модели взаимопроникающих сред:

$$m_{cap} = \sum_{k=1}^n (\rho_{jk} U_{jnk}) \cdot \Delta s \cdot \Delta t_{acc}, \quad (14)$$

где ρ_{jk} – концентрация переохлажденных капелек в воздушно-капельном потоке у поверхности обтекаемого тела, соответствующая k -му интервалу распределения, U_{jnk} – нормальная к обтекаемой поверхности составляющая скорости капель, соответствующая k -му интервалу распределения, n – количество интервалов распределения, Δs – площадь контрольного объема, Δt_{acc} – шаг по времени нарастания льда.

Масса втекающей жидкости $\sum m_{rbin}$ – часть масс жидкой воды, вытекающей из соседних контрольных объемов, обозначенных индексами N, E, W, S , которую вовлекает в текущий контрольный объем P , внешний поток:

$$\sum m_{rbin} = m_{rbinw} + m_{rbine} + m_{rbins} + m_{rbinn}, \quad (15)$$

где индексом $rbinw$ обозначена масса воды, втекающей в контрольный объем P из контрольного объема W , $rbine$ – из контрольного объема E , $rbins$ – из контрольного объема S , $rbinn$ – из контрольного объема N .

С другой стороны, масса жидкости m_{in} , входящей в контрольный объем, расходуется на массу выбывающей жидкости m_{out} и массу образовавшегося льда m_{ice} [1; 2]:

$$m_{in} = m_{out} + m_{ice} \quad (16)$$

Масса выбывающей жидкости – масса воды в твердой фазе, в виде жидкости или пара, которая покидает контрольный объем. В общем случае она состоит из четырех составляющих: массы сублимированного льда m_{sub} , массы испаренной воды m_{evap} , массы жидкости $\sum m_{rbout}$,

перемещающейся в соседние контрольные объемы и массы, унесенной потоком жидкости m_{shw} [1; 2]:

$$m_{out} = m_{sub} + m_{evap} + \sum m_{rbout} + m_{shw} \quad (17)$$

Масса сублимированного льда и масса испаренной воды, m_{sub} и m_{evap} – части ледяной массы и массы жидкой воды, которые испаряются в воздух под воздействием перепада температур в пограничном слое. Масса унесенной жидкости m_{shw} – часть массы жидкости, находящейся внутри контрольного объема, которая вырывается набегающим потоком под воздействием касательных напряжений. Ее можно определить по числу Вебера, используя эмпирические соотношения [1]. При наличии срыва потока, что в представленной методике определяется из расчета внешнего сжимаемого вязкого потока с применением модели турбулентности Болдуина – Ломэкса, будем считать, что вся жидкость, вытекающая из контрольного объема, уносится внешним потоком. Масса вытекающей жидкости $\sum m_{rbout}$ – масса жидкости, находящейся в рассматриваемом контрольном объеме, которая перемещается в соседние контрольные объемы:

$$\sum m_{rbout} = m_{rboutwe} + m_{rboutsn}, \quad (18)$$

где индексом $rboutwe$ обозначена масса воды, вытекающей из контрольного объема P в соседние контрольные объемы W и E , а индексом $rboutsn$ – в соседние контрольные объемы S и N .

Тогда уравнение баланса массы будет иметь вид:

$$m_{cap} + \sum m_{rbin} = m_{sub} + m_{evap} + \sum m_{rbout} + m_{shw} + m_{ice} \quad (19)$$

Положительное направление потоков массы, втекающей в контрольный объем жидкости, показано на рисунке 1 [16]. Направление потоков вытекающей жидкости согласуется с направлением единичного вектора. Например, если $m_{rboutsn}$ равен нулю, значит, течение жидкости в направлении от S к N отсутствует; если величина $m_{rboutsn}$ положительна – жидкость вытекает через грань между контрольными объемами P и N , если отрицательна – через грань между контрольными объемами P и S .

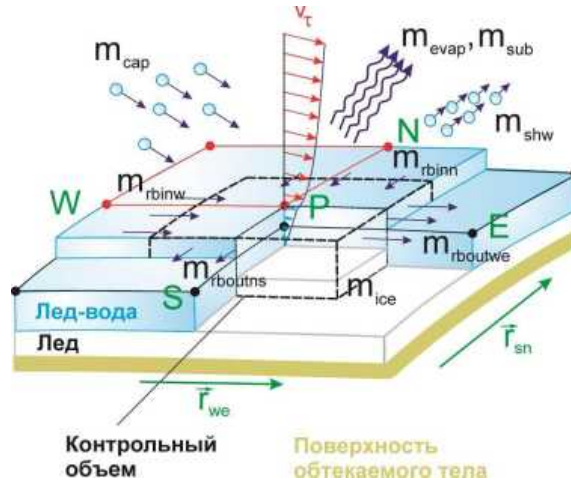


Рис. 1. Схема потоков массы в рассматриваемом контрольном объеме / Fig. 1. Scheme of mass flows in the control volume under consideration

Тогда распределение долей жидкости, вытекающей через грани контрольного объема, может быть определено с использованием следующих соотношений [16]:

$$m_{rboutwe} = \frac{f_{we}}{|f_{we}| + |f_{sn}|} \sum m_{rbout},$$

$$m_{rboutns} = \frac{f_{sn}}{|f_{we}| + |f_{sn}|} \sum m_{rbout}, \quad (20)$$

где $f_{we} = f_{\tau_air} \cdot \rho_{we}$ и $f_{sn} = f_{\tau_air} \cdot \rho_{sn}$ – составляющие касательных напряжений в направлениях от W к E и от S к N соответственно.

Масса воды, вытекающей в рассматриваемый контрольный объем, может быть найдена следующим образом [16]:

$$m_{rbinw} = \left[\begin{array}{c} W \\ m_{outwe}, 0 \end{array} \right], \quad m_{rbinne} = \left[\begin{array}{c} E \\ -m_{outwe}, 0 \end{array} \right],$$

$$m_{rbins} = \left[\begin{array}{c} S \\ m_{outns}, 0 \end{array} \right], \quad m_{rbinn} = \left[\begin{array}{c} N \\ -m_{outns}, 0 \end{array} \right], \quad (21)$$

где знак $\left[\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right]$ означает выбор максимального из приведенных значений; W и E – масса m_{outwe} и m_{outwe}

И тогда масса вытекающей в соседние контрольные объемы, воды будет равна:

$$\sum m_{rbout} = (1-f)(m_{cap} + \sum m_{rbin}) - m_{evap} - m_{sub} - m_{shw} \quad (24)$$

Общий алгоритм расчета следующий [16]:

вытекающей воды в направлении WE в контрольные объемы W и E соответственно; S и N – масса вытекающей воды в направлении SN в контрольные объемы S и N соответственно.

Уравнение теплового баланса. Из уравнения сохранения энергии для контрольного объема можно получить уравнение теплового баланса, имеющее вид (рис. 2) [2]:

$$Q_f + Q_{ss} + Q_{sub} + Q_{evap} + Q_{adh} + Q_{kin} + Q_{cd} + Q_{cv} + Q_{rad} = 0, \quad (22)$$

где Q_f – скрытая теплота фазового перехода воды, Q_{sb} – скрытая теплота сублимации льда, Q_{evap} – скрытая теплота испарения воды, Q_{ss} – внутренняя теплота воды, Q_{cv} – теплообмен конвекцией, Q_{cd} – теплообмен проводимостью, Q_{rad} – теплообмен излучением, Q_{adh} – теплота аэродинамического нагрева, Q_{kin} – теплота кинетического нагрева.

На основе массового и теплового балансов вычисляется замерзшая доля воды f , проходящей через контрольный объем за время Δt_{acc} .

$$f = \frac{m_{ice}}{m_{cap} + \sum m_{rbin}} \quad (23)$$

1. Предварительно, рассматривая все поверхностные контрольные объемы, массу входящей из соседних контрольных объемов воды задаем равной нулю:

$$m_{rbinw} = 0, m_{rbinne} = 0, m_{rbins} = 0, m_{rbinn} = 0.$$

2. Выполняются вычисления по формулам (19)–(24) и для каждого поверхностного контрольного объема находится масса

- вытекающей в соседние контрольные объемы воды.
- Соответственно, для каждого поверхностного контрольного объема определяются массы

входящей, из соседних к рассматриваемому контрольных объемов воды.

- Повторно выполняются пп. 2 и 3 до достижения величины допустимой погрешности.

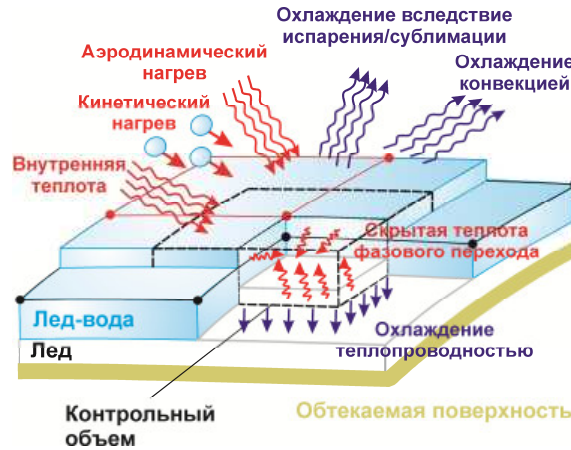


Рис. 2. Схема тепловых потоков в контрольном объеме / Fig. 2. Diagram of heat fluxes in the control volume

Расчетная сетка. Полученные системы уравнений и схемы кристаллизации были апробированы при моделировании обтекания крыла.

В данной работе при расчете обтекания крыла ONERA M6 была использована расчетная сетка типа «О». Внешняя граница расчетной области представляет собой сопряжение цилиндрической и сферической поверхностей (рис. 3). Расчетная сетка была построена по алгебраическим формулам в области между поверхностью крыла и удаленной границей. Такой метод имеет прямую возможность регулировать расстановку узлов сетки, а также прост, позволяет быстро строить и затем, в процессе расчета, перестраивать расчетную сетку.

Недостатком такого подхода является то, что наличие изломов граничных линий может приводить

к появлению изломов координатных линий внутри области из-за отсутствия в формулах «внутреннего механизма сглаживания». Применение локальной интерполяции в методе многих поверхностей, позволило устранить появление изломов.

В начале процесса построения определялось положение точек на всех границах с помощью одномерных функций растяжения. Затем, применяя метод многих поверхностей, находили внутренние точки сетки. Вводили две промежуточные поверхности, вблизи поверхности крыла и внешней границы. Точки на этих поверхностях выбирали таким образом, чтобы линии сетки пересекали границы под прямым углом.

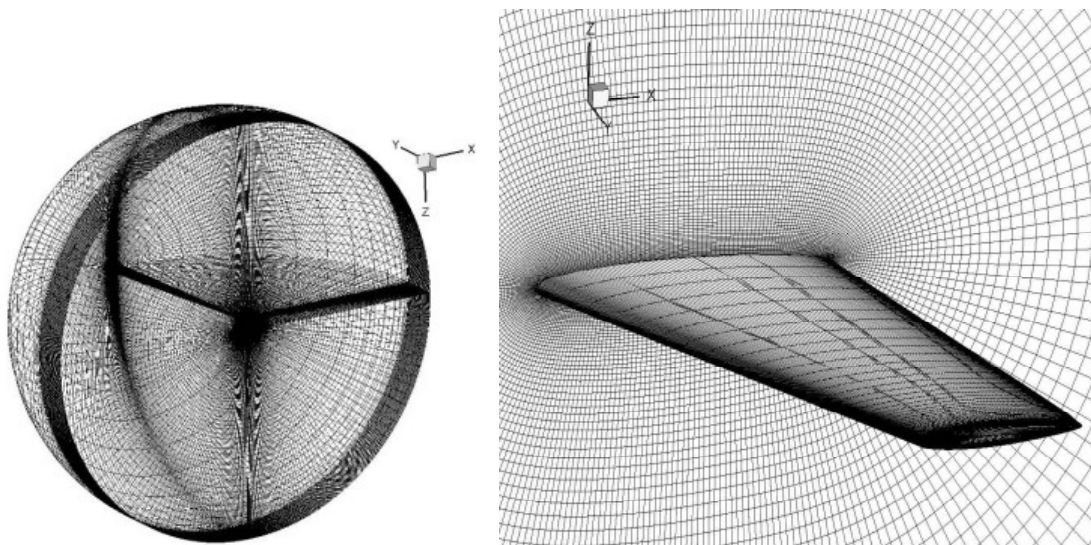


Рис. 3. Расчетная сетка, используемая при расчете обтекания крыла ONERA M6 / Fig. 3. Calculation grid, used in calculating the flow around the wing ONERA M6

Результаты расчетов

На рисунке 4 приведены результаты расчетов обледенения крыла ONERA M6 при обтекании воздушно-капельным потоком, имеющим параметры: $V_\infty = 131 \text{ м/с}$, $\alpha = 3.5^\circ$, $p_\infty = 90 \text{ 750 Па}$, $LWC = 0,0005 \text{ кг/м}^3$, $d_k = 20 \text{ мкм}$. Представлены распределения чисел Маха в сечениях, расположенных на расстоянии 20 %, 50 %, 80 % длины размаха крыла и коэффициентов давления вдоль обтекаемой поверхности в этих сечениях.

В отличие от двумерного приближения, при трехмерном обтекании крыла конечного размаха со стреловидностью возникает ряд особенностей: происходит искривление (по оси Y) линий тока в

области передней кромки, затем искривление в противоположную сторону вдоль поверхности крыла и выравнивание потока за задней кромкой крыла; также возникает концевой вихрь в области законцовки вследствие разности давлений на нижней и верхней поверхностях крыла (рис. 5). При рассмотрении процесса обледенения за счет эффектов трехмерности происходит перемещение незамерзшей жидкости как вдоль сечения, так и по размаху крыла. В результате по мере удаления по размаху крыла увеличивается объем незамерзшей жидкости, перемещающейся вдоль крыла и, соответственно, «рогообразные» наросты становятся более выраженными (рис. 4).

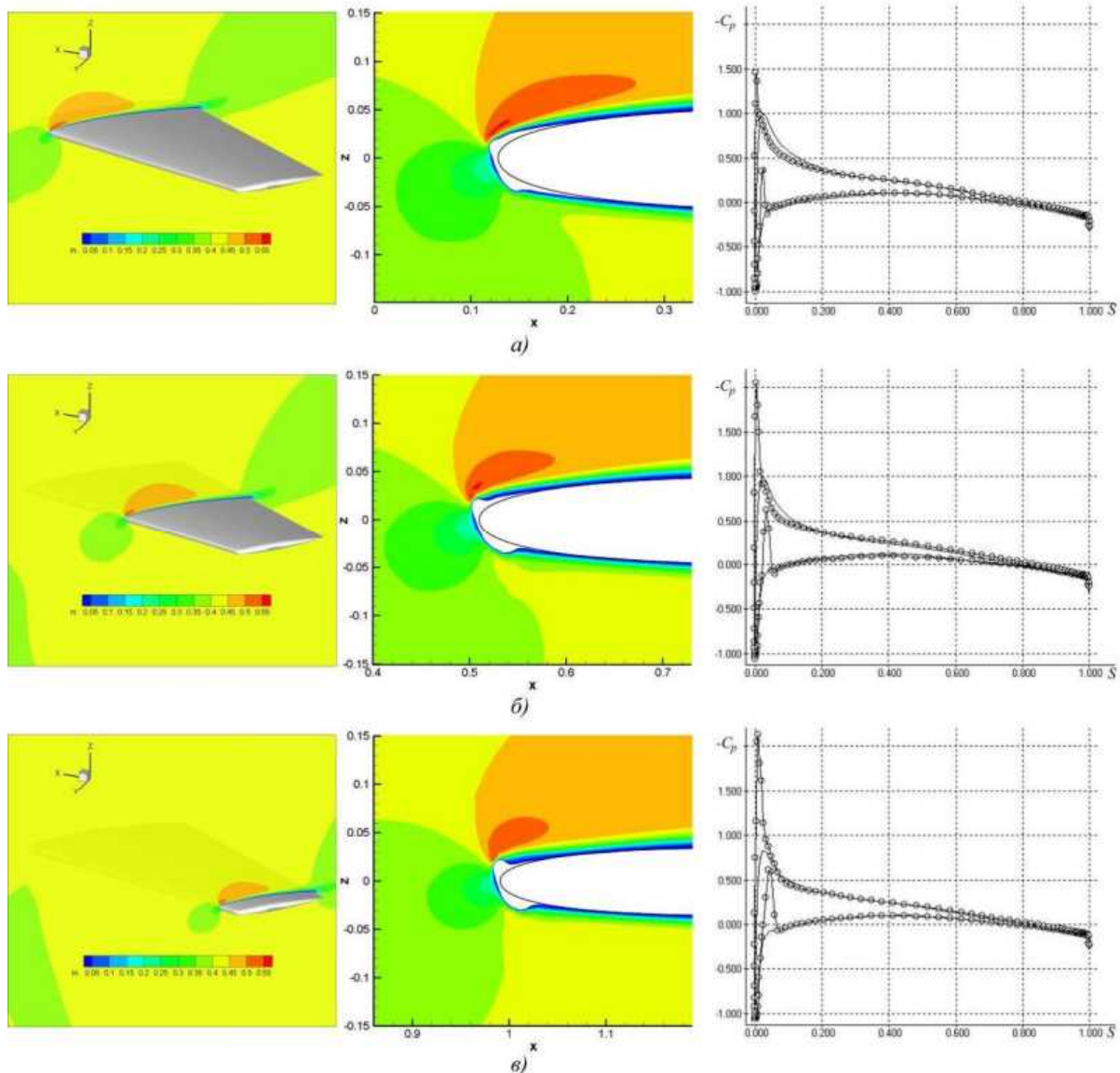


Рис. 4. Распределение изолиний чисел Маха и коэффициента давления при обтекании крыла ONERA M6 под углом атаки $\alpha = 3.5^\circ$, в сечениях на расстоянии 20 % (а), 50 % (б), 80 % (в) удлинения крыла — чистое крыло, —○— крыло с наростом «рогообразного» льда / Fig. 4. The distribution of the isolines of Mach numbers and the pressure coefficient for flow around the wing of the ONERA M6 at an angle of attack of $\alpha = 3.5^\circ$, in sections at a distance of 20 % (a), 50 % (b), 80 % (c) — a clean wing, —○— a wing with a build-up of "rogooboo" ice

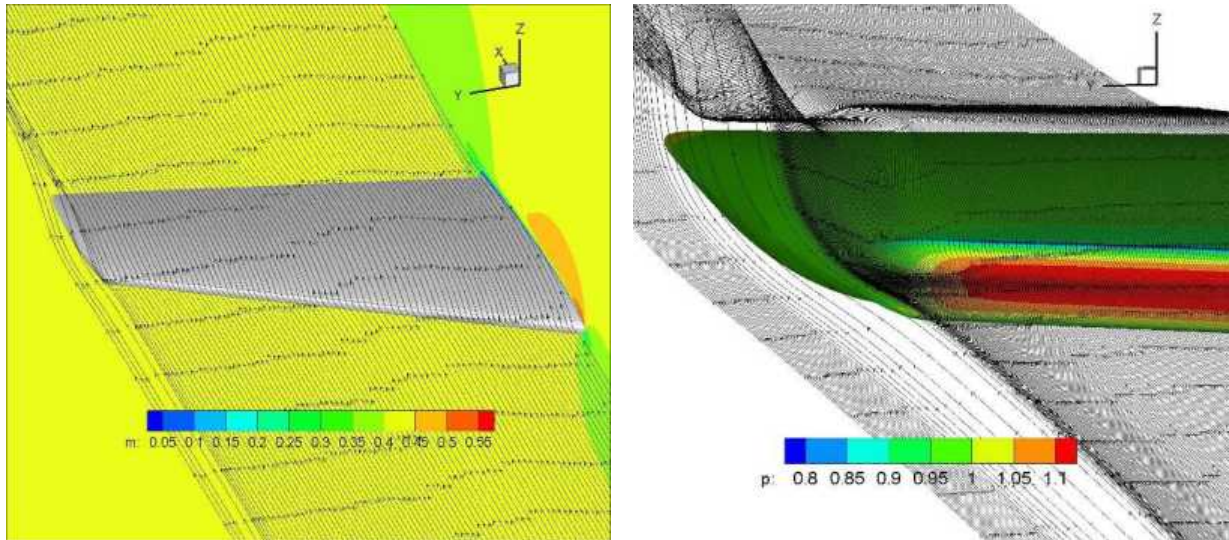


Рис. 5. Распределение линий тока при обтекании крыла ONERA M6 под углом атаки $\alpha = 3.5^\circ$ /
 Fig. 5. Distribution of streamlines when flowing around the wing of the ONERA M6 at an angle of attack $\alpha = 3.5^\circ$

Выводы

1. Разработаны методика и программно-методическое обеспечение расчета процесса обледенения тел, обтекаемых воздушно-капельным вязким сжимаемым потоком, в трехмерной постановке.

2. На примере крыла ONERA M6 показано, что при рассмотрении процесса кристаллизации выпадающей жидкости из внешнего воздушно-капельного потока происходит искривление линий тока вблизи передней кромки, что оказывает влияние на характер перемещения незамерзшей жидкости по обтекаемой поверхности как по направлению вдоль сечения, так и по размаху крыла. По мере удаления

по размаху крыла, с уменьшением длины хорды поперечного сечения, в том числе, увеличивается объем незамерзшей жидкости, перемещающейся вдоль крыла, что оказывает существенное влияние на форму моделируемых наростов льда по сравнению с двухмерной постановкой.

3. Разработанная методика может иметь более широкое применение в различных отраслях знаний, например, ветроэнергетике, машиностроении, в задачах материаловедения, в том числе при моделировании процессов напыления расплавов металлов на поверхности металлоизделий, при изучении процесса алитирования труб.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Wright W. B. Users Manual for the Improved NASA Lewis Ice Accretion Code LEWICE 1.6 / W.B. Wright // National Aeronautical and Space Administration (NASA). – Contractor Report. – May, 1995. – 95 p.
2. Fortin G. A new roughness computation method and geometric accretion model for airfoil icing / G. Fortin, A. Ilinca, V. Brandi // J. Aircraft. – 2004. – Vol. 41, № 1. – Pp. 119–127.
3. Gent R. W. TRAJICE2, A Combined Water Droplet and Ice Accretion Prediction Program for Aerofoil / R. W. Gent // Royal Aerospace Establishment (RAE). – Farnborough, Hampshire. – Technical Report Number TR90054. – 1990. – 83 p.
4. Guffond D. Overview of Icing Research at ONERA, Advisory Group for Aerospace Research and Development / D. Guffond, T. Hedde, R. Henry // Fluid Dynamics Panel (AGARD/FDP) Joint International Conference on Aircraft Flight Safety – Actual Problems of Aircraft Development. – Zhukovsky, Russia, 1993. – 7 p.
5. Sedov L. I. Continuum mechanics / L. I. Sedov. – Moscow : Nauka, 1983. – Vol. 1. – 528 p. – Vol. 2. – 560 p.
6. Alekseyenko S. Numerical Simulation of the Icing Surfaces Cylinder and the Profile / S. Alekseyenko // PAMM. – Vol. 13 (1). – 2013. – Pp. 299–300.
7. Alekseyenko S. V. Numerical simulation of icing of a cylinder and an airfoil: model review and computational results / S. V. Alekseyenko, O. A. Prykhodko // TsAGI Science Journal. – Vol. 44. – 2013. – Iss. 6. – Pp. 761–805.
8. Alekseenko S. V. Mathematical Modeling of Ice Body Formation on the Wing Airfoil Surface / S. V. Alekseenko, A. A. Prikhod'ko // Fluid Dynamics. – 2014. – Vol. 49. – № 6. – Pp. 715–732.
9. Prikhod'ko A. A. Numerical Simulation of the Processes of Icing on Airfoils with Formation of a “Barrier” Ice / A. A. Prikhod'ko, S. V. Alekseenko // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – May, 2014. – Vol. 87. – Iss. 3. – Pp. 598–607. DOI:10.1007/s10891-014-1050-0.
10. Prykhodko A. A. Numerical Simulation of the Process of Airfoil Icing in the Presence of Large Supercooled Water Drops / A. A. Prikhod'ko, S. V. Alekseenko // Technical Physics Letters. – 2014. – Vol. 40. – № 10. – Pp. 884–887. DOI:10.1134/S1063785014100125.
11. Certification Specifications and Acceptable Means of Compliance for Large Aeroplanes CS-25, Amendment 17 // European Aviation Safety Agency. – 2015. – 1023 p.

12. I-Shih Chang, One- and Two-Phase Nozzle Flows / Chang I-Shih // AIAA Journal. – Vol. 18. – № 12. – 1980. – Pp. 1455–1461.
13. Baldwin, B. S. Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows / B. S. Baldwin, H. Lomax. – AIAA Paper 78–257. – 1978.
14. Alekseyenko S. Interaction of Supercooled Large Droplets with Aerodynamic Profile / S. Alekseyenko, M. Sinapius, M. Schulz, O. Prykhodko // SAE Technical Paper 2015-01-2118. – 2015. – 12 p.
15. Alekseenko S. V. An Experimental Study of Freezing of a Supercooled Water Droplet on a Solid Surface / S. V. Alekseenko, C. Mendig, M. Schulz, M. Sinapius, A. A. Prikhod'ko // Technical Physics Letters. – 2016. – Vol. 42. – № 5. – Pp. 524–527. DOI:10.1134/S1063785016050187.
16. Chengxiang Zhu, Bin Fu, Zhiguo Sun And Chunling Zhu 3d Ice Accretion Simulation For Complex Configuration Basing On Improved Messinger Model / Zhu Chengxiang , Bin Fu, Zhiguo Sun And Chunling Zhu // International Journal of Modern Physics: Conference Series. – Vol. 19. – 2012. – Pp. 341–350.

REFERENCES

1. Wright W.B. Users Manual for the Improved NASA Lewis Ice Accretion Code LEWICE 1.6. National Aeronautical and Space Administration (NASA). Contractor Report, may, 1995, 95 p.
2. Fortin G., Ilinca A. and Brandi V. A new roughness computation method and geometric accretion model for airfoil icing. J. Aircraft, 2004, vol. 41, no. 1, pp. 119–127.
3. Gent R. W. TRAJICE2, A Combined Water Droplet and Ice Accretion Prediction Program for Aerofoil. Royal Aerospace Establishment (RAE). Farnborough, Hampshire, Technical Report Number TR90054, 1990, 83 p.
4. Guffond D., Hedde T. and Henry R. Overview of Icing Research at ONERA, Advisory Group for Aerospace Research and Development. Fluid Dynamics Panel (AGARD/FDP) Joint International Conference on Aircraft Flight Safety – Actual Problems of Aircraft Development, Zhukovsky, Russia, 1993, 7 p.
5. Sedov L.I. Continuum mechanics. Moscow : Nauka, 1983, vol. 1, 528 p., vol. 2, 560 p.
6. Alekseyenko S. Numerical Simulation of the Icing Surfaces Cylinder and the Profile. PAMM, vol. 13 (1), 2013, pp. 299–300.
7. Alekseyenko S.V. and Prykhodko O.A. Numerical simulation of icing of a cylinder and an airfoil: model review and computational results. TsAGI Science Journal, vol. 44, 2013, iss. 6, pp. 761–805.
8. Alekseenko S.V. and Prikhod'ko A.A. Mathematical Modeling of Ice Body Formation on the Wing Airfoil Surface. Fluid Dynamics, 2014, vol. 49, no. 6, pp. 715–732.
9. Prikhod'ko A.A. and Alekseenko S.V. Numerical Simulation of the Processes of Icing on Airfoils with Formation of a “Barrier” Ice. Journal of Engineering Physics and Thermophysics. May, 2014, vol. 87, iss. 3, pp. 598–607. DOI:10.1007/s10891-014-1050-0.
10. Prykhodko A.A. and Alekseenko S.V. Numerical Simulation of the Process of Airfoil Icing in the Presence of Large Supercooled Water Drops. Technical Physics Letters, 2014, vol. 40, no. 10, pp. 884–887. DOI:10.1134/S1063785014100125.
11. Certification Specifications and Acceptable Means of Compliance for Large Aeroplanes CS–25, Amendment 17. European Aviation Safety Agency, 2015, 1023 p.
12. I-Shih Chang, One- and Two-Phase Nozzle Flows. AIAA Journal, vol. 18, no. 12, 1980, pp. 1455–1461.
13. Baldwin B.S. and Lomax H. Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows. AIAA Paper 78–257, 1978.
14. Alekseyenko S., Sinapius M., Schulz M. and Prykhodko O. Interaction of Supercooled Large Droplets with Aerodynamic Profile. SAE Technical Paper 2015-01-2118, 2015, 12 p.
15. Alekseenko S.V., Mendig C., Schulz M., Sinapius M. and Prikhod'ko A.A. An Experimental Study of Freezing of a Supercooled Water Droplet on a Solid Surface. Technical Physics Letters, 2016, vol. 42, no. 5, pp. 524–527. DOI:10.1134/S1063785016050187.
16. Chengxiang Zhu, Bin Fu, Zhiguo Sun And Chunling Zhu 3d Ice Accretion Simulation For Complex Configuration Basing On Improved Messinger Model. International Journal of Modern Physics: Conference Series, vol. 19, 2012, pp. 341–350.

Статья рекомендована д-ром техн. наук, проф. Г. И. Сокол (Украина), д-ром техн. наук Н. Е. Калининой (Украина).

Поступила в редакцию 13.03.18

Принята в печать 20.03.18