УДК 539.3

ОЦІНКА МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕННЯ ОСЬОВОЇ СИЛИ, ЩО ТИСНЕ НА ЦИЛІНДРИЧНУ ОБОЛОНКУ, ПРИ ЗАДАНИХ ЗОВНІШНЬОМУ ТИСКУ, КРУТНОМУ МОМЕНТУ І НЕЧІТКИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ

ВОЛЧОК Д.Л. [1], *к.т.н, доц.*

[1] кафедра будівельної механіки та опору матеріалів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 47-03-13, e-mail: VolchokDL@yandex.ru, ORCID ID: 0000-0002-7914-321X

Анотація. ***Мета.*** Розглядається задача оцінювання максимального значення поздовжньої сили, яка стискує циліндричну ортотропну оболонку за умови дії зовнішнього тиску, крутного моменту, врахування одного граничного стану - місцевої втрати стійкості, а також наявності нечітких вихідних даних - геометричних характеристик. ***Методика.*** Для розв'язання оптимізаційної задачі в роботі розроблена процедура імітаційного моделювання, дії якої базуються на використанні методу Монте-Карло. ***Результати.*** Розроблено процедуру нечіткого моделювання визначення максимального поздовжнього навантаження оболонки за умови виконання вимог місцевої втрати стійкості. ***Наукова новизна***. Виконано адаптацію одного з методів "м'яких обчислень" - теорії нечітких множин до задачі оптимального проектування циліндричної ортотропної конструкції. ***Практична значимість.*** Виконано чисельні розрахунки дефаззіфікованого нечіткого значення поздовжньої сили.

Ключові слова: Циліндрична оболонка; *нечіткі дані; метод Моне-Карло*

ОЦЕНКА МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ ОСЕВОЙ СИЛЫ, КОТОРАЯ СЖИМАЕТ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКУ, ПРИ ЗАДАННЫХ ДАВЛЕНИИ, КРУТЯЩЕМ МОМЕНТЕ И НЕЧЕТКИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ

ВОЛЧОК Д.Л. [1], *к.т.н, доц.*

[1] кафедра строительной механики и сопротивления материалов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 47-03-13, e-mail: VolchokDL@yandex.ru, ORCID ID: 0000-0002-7914-321X

Аннотация. ***Цель.*** Рассматривается задача оценивания максимального значения продольной силы, которая сжимает цилиндрическую ортотропную оболочку при воздействии внешнего давления, крутящего момента, учета одного предельного состояния - местной потери устойчивости, а также наличии нечетких исходных данных - геометрических характеристик. ***Методика***. Для решения оптимизационной задачи в работе разработана процедура имитационного моделирования, действия которой основаны на использовании метода Монте-Карло. ***Результаты***. Разработана процедура нечеткого моделирования определения максимальной продольной нагрузки оболочки при условии выполнения требований местной потери устойчивости. ***Научная новизна.*** Выполнена адаптация одного из методов "мягких вычислений" - теории нечетких множеств к задаче оптимального проектирования цилиндрической ортотропной конструкции. ***Практическая значимость.*** Выполнены численные расчеты дефаззифицированого нечеткого значения продольной силы.

Ключевые слова: Цилиндрическая оболочка; нечеткие данные; метод Моне-Карло

MAXIMUM VALUE ESTIMATION OF THE AXIAL FORCE, WHICH COMPRESES THE CYLINDRICAL SHELL, WITH PRESSURE, TORQUE, AND FUZZY GEOMETRIC CHARACTERISTICS

VOLCHOK D.L. [1], *Ph. D., Assos.prof.*

[1] department of structural mechanic and strength of material, State Higher Education Establishment “Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-A, Chernishevskogo str., Dnipropetrovsk 49600, Ukraine, phone. +38 (0562) 47-03-13, e-mail: VolchokDL@yandex.ru, ORCID ID: 0000-0002-7914-321X

Annotation. ***Purpose.*** The problem of estimating the maximum value of the longitudinal force, which compresses the cylindrical orthotropic shell under the influence of external pressure, torque, accounting for one limiting state, local loss of stability, and also the presence of fuzzy initial data - geometric characteristics is considered. ***Methodology.*** To solve the optimization problem, a simulation procedure has been developed in the work, the actions of which are based on the use of the Monte Carlo method. ***Findings.*** A procedure for fuzzy modeling of the maximum longitudinal load determining of a shell is developed, provided that the requirements of local stability loss are fulfilled. ***Originality.*** The adaptation of one of the methods of "soft computations" - the theory of fuzzy sets to the problem of optimal design of a cylindrical orthotropic construction is carried out. ***Practical value.*** Numerical calculations of the defuzzified fuzzy value of the longitudinal force are performed.

Key words: Cylindrical shell; Fuzzy data; The Monet-Carlo method

Вступ

В оптимальному проектуванні конструкцій (ОПК) можливі два принципово різних підходи до формулювань задач оптимізації. Один з них, найширше розповсюджений, полягає у відповідному завданні детермінованих вихідних даних проекту. Тому такі задачі називають детермінованими задачами ОПК. Але є випадки, коли властивості матеріалу, геометричні характеристики, величини навантажень та їх прикладення, умови закріплення та інше, мають невизначений характер, що призводить до проектної ситуації, коли не має достатньої коректної вірогідності, щодо даних. Невизначеність прикладення навантажень, їх величини можуть бути описані випадковим чи нечітким чином, або їх сумісною комбінацією. Неякісність технологічних процесів виготовлення виробів, неточність інструментальних вимірювань, потенційна неможливість створення матеріалів з ідеальними властивостями призводить до випадкових, нечітких і неточних їх характеристик. З позиції оптимального проектування важливим є те, що реальні відхилення від точних, або середніх значень характеристик описуються деякими функціями: в теорії ймовірностей – це функція щільності розподілу випадкової величини [1], а в теорії нечітких множин – це функція належності [2] з відомими характеристиками. Така інформаційна ситуація дозволяє побудувати математичні моделі невизначеної оптимізації.

В статті розглядається задача оцінювання максимального значення поздовжньої сили, яка стискує циліндричну ортотропну оболонку за умови дії зовнішнього тиску, крутного моменту, врахування одного граничного стану - місцевої втрати стійкості, а також наявності нечітких вихідних даних - геометричних характеристик. Мета роботи полягає в розробці процедури імітаційного моделювання, дії якої базуються на використанні методу Монте-Карло [3] і нечітких множин [2]. Теорія нечітких множин є новим та актуальним напрямом прикладної математики - невизначеним програмуванням, який розвивається. Застосування цієї теорії, а також генетичних алгоритмів, нейронних мереж, дало широку можливість розвитку штучних інтелектуальних та адаптивних систем і впровадженню методів "м'яких обчислень" в наукових дослідженнях, зокрема в механіці деформованого тіла.

2.1. Об'єкт оптимізації

Розглядається циліндрична кругова оболонка, довжиною L, радіусом R і товщиною h, яка знаходиться під дією осьової стискувальної сили F^*, зовнішнього тиску q^* і крутного моменту M^*. Матеріал оболонки склопластик, який армований в двох взаємно перпендикулярних напрямах, що співпадає з осьовим та коловим напрямками.

Припускається, що коефіцієнт об'ємного армування ν є величиною сталою і змінюється тільки θ - відносний зміст волокон, що армують, в обох напрямках.

В межах лінійної теорії армування вважаємо, що [4]:

$$E_1 = E\theta\,;\quad E_2 = E(1-\theta)\,,$$

де E визначається модулем пружності E_a армованих волокон і коефіцієнтом армування ν; E_c - модуль пружності зв'язувального матеріалу, причому $E_a \gg E_c$.

Будемо також вважати, що умова загальної стійкості оболонки та її міцності заздалегідь виконуються, а робота конструкції характеризується одним граничним станом - місцевою втратою стійкості. В цьому випадку маємо таке фізичне обмеження:

$$\frac{F^*}{F_{кр}} + \frac{q^*}{q_{кр}} + \frac{M^*}{M_{кр}} \le 1\,, \tag{1}$$

де $F_{кр}$, $q_{кр}$, $M_{кр}$ - критичні сили оболонки, які визначаються в межах лінійної теорії [7]

$$F_{кр} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}h^2\sqrt{E_1E_2}\,;\; q_{кр} = \frac{\pi\sqrt{6}}{9}E_1^{1/4}E_2^{3/4}\frac{R}{L}\left(\frac{h}{R}\right)^{5/2};$$

$$M_{кр} = 1{,}48\pi h^2\frac{R}{L}\sqrt{hR}E_1^{3/8}E_2^{5/8}; \tag{2}$$

2.2. Формулювання оптимізаційної задачі

Розглянемо задачу про пошук максимального значення повздовжньої сили F^* за умови, що інші силові фактори - величини зовнішнього тиску q^* і крутного моменту M^* є детермінованими та задаються. Вихідні параметри h, R і θ є нечіткими величинами, які описані функціями належності, відповідно μ_h, μ_R, μ_θ. В роботі ці функції описані у формі $L-R$ типу трикутного вигляду [2].

Уведемо до розгляду такі позначення:

$$x_1 = h;\ x_2 = R;\ x_3 = \theta;\ x_4 = 1 - x_3;\ x_i > 0;$$

$$i = 1, 2, 3, 4;\ x = (x_1, x_2, x_3, x_4);$$

$$B = \frac{2\pi E}{\sqrt{3}};\ C = \frac{2\pi\sqrt{6}E}{\pi l x_2^{3/2}};\ D = 1.48\pi E x_2^{3/2}.$$

В цих позначеннях обмеження (1) місцевої втрати стійкості прийме такий вигляд:

$$\frac{F^*}{G} + \frac{q^*}{T} + \frac{(M^*)^2}{S} \le 1, \tag{3}$$

де $$G = \frac{1}{Bx_1^2\sqrt{x_2 x_4}};\ T = \frac{1}{C\sqrt{x_1^5}\sqrt[4]{x_3^3 x_4}};$$

$$S = \frac{1}{D^2 x_1^5 \sqrt[4]{x_3^3 x_4^5}}. \tag{4}$$

Із співвідношень (3)-(4) випливає така нерівність:

$$\left(G - G\left(\frac{q^*}{T} + \frac{(M^*)^2}{S}\right)\right) \ge F. \tag{5}$$

Позначимо через

$$g(x,\xi) = \left(G - G\left(\frac{x_3}{T(x,\xi)} + \frac{x_4^2}{S(x,\xi)}\right)\right);\ G = G(x,\xi),$$

Якщо вважати за цільову функцію величину поздовжньої сили F, то задача нечіткої оптимізації запишеться як

$$F_{\max} = \arg\left\{\max_F F \,\middle|\, Pos(g(x,\xi) \ge F) \ge \beta\right\}, \tag{6}$$

де $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ - вектор вихідних детермінованих даних, з компонентами $x_1 = E$; $x_2 = l$; $x_3 = q^*$; $x_4 = M^*$. $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)$ - вектор нечітких даних з компонентами $\xi_1 = h$; $\xi_2 = R$; $\xi_3 = \theta$; $\xi_4 = 1-\theta$, $\beta -$ заданий рівень можливості Pos виконання події (5). При $\beta = 1$ маємо детермінований випадок. Задача (6) відноситься до класу задач математичного програмування з обмеженнями невизначеного типу, так званими CCP - моделями (Chance Constrained Programming) [5].

3. Нечітке моделювання

Етапи нечіткого моделювання для сформульованої задачі будуть такими:

Етап 1. Задати $\bar{F} = -\infty$;

Етап 2. Сформулювати випадковим чином вектор

$$u = (u_1, u_2, u_3),$$

$$u_1 = x_h^L + (x_h^R - x_h^L)\zeta_1;\ u_2 = x_R^L + (x_R^R - x_R^L)\zeta_2;$$

$$u_3 = x_\theta^L + (x_\theta^R - x_\theta^L)\zeta_3 \tag{7}$$

де ζ_1, ζ_2, ζ_3 - *random* із інтервалу $[0,1]$; x_h^L, x_h^R; x_R^L, x_R^R; x_θ^L, x_θ^R - граничні інтервали $\beta -$ рівневих множин Q_β.

Етап 3. Якщо $\bar{F} \le g(x,u)$, тоді вважати, що $\bar{F} = g(x,u)$.

Етап 4. Повторити дії другого і третього етапу N разів.

Етап 5. Видати шукане значення $F_{\max} = \bar{F}$.

Зауваження 1. В цьому алгоритмі ціле число N береться достатньо великим.

Зауваження 2. Отримання $\beta -$ рівневих $\{Q_\beta\}$ здійснюється за інформацією, що $h(a_h, m_h, b_h)_\Delta$, $R(a_R, m_R, b_R)_\Delta$, $\theta(a_\theta, m_\theta, b_\theta)_\Delta$ - нечіткі трикутникові числа (рис. 1), причому параметри a_h, m_h, b_h, a_R, m_R, b_R, $a_\theta, m_\theta, b_\theta$ - задані детерміновані величини. Функція належності для них буде такою [2]

$$\mu(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{m-a}, a \le x \le m \\ \dfrac{b-x}{b-m}, m < x \le b \\ 0, для\ інших\ x. \end{cases} \tag{8}$$

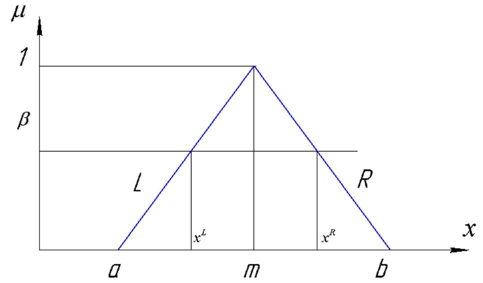

Рис.1. Означення нечіткого числа $\xi(a,m,b)_\Delta$ і $\beta -$ рівня / Definition of fuzzy numbers $\xi(a,m,b)_\Delta$ and $\beta -$ level

$$Q_\beta = \left[x_L^\beta, x_R^\beta\right];\quad x^L = \beta m + (1-\beta)a;$$

$$x^R = \beta m + (1-\beta)b; \tag{9}$$

Формули (9) отримані із розв'язання рівняння $\mu(x) = \beta$, де $\mu(x)$ визначається співвідношенням (8).

В результаті виконання етапів цього алгоритму отримуються шукані значення $F^{\max}(\beta)$ як нечітка множина $\left\{\dfrac{\beta}{F^{\max}(\beta)}\right\}$, $0 \le \beta \le 1$. Наступна дія нечіткого моделювання - це дефаззіфікація отриманої нечіткої множини, а саме: отримання детермінованого значення $F_{df}^{\max}$ за формулою

$$F_{df}^{\max} = \sum_{i=1}^{n} w_i F^{\max}(\beta_i)\,, \tag{10}$$

де $w_i = w_i(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n)$ - вагові коефіцієнти; n - число рівнів. Вагові коефіцієнти обчислюються за такими правилами [5]

$$F_{\det}^{fuz} = \sum_{i=1}^{n=2M+1} w_i F_i^*;\; w_i = w_i(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n);$$

$$w_1 = \frac{1}{2}(\beta_1 + A - B);\; для\, i = 1;$$

$$w_i = \frac{1}{2}(C - D + T - S);\; для\; 2 \le i \le n-1;$$

$$w_n = \frac{1}{2}(A - R + \beta_n);$$

де $A = \max\limits_{1<j\le m} \beta_j$; $B = \max\limits_{1<j\le i} \beta_j$; $C = \max\limits_{1\le j\le i} \beta_j$;

$D = \max\limits_{1<j<i} \beta_j$; $F = \max\limits_{1<j\le m} \beta_j$; $Q = \max\limits_{1<j\le m} \beta_j$;

$R = \max\limits_{1\le j<m} \beta_j$;

4. Чисельна ілюстрація

При таких вихідних даних для першого експерименту: $l = 100$ см; $E = 35\, GPa$; $q^* = 30кН/м$; $M^* = 0$; $m_h = 0.1$ см; $m_R = 10$ см; $m_\theta = 0.7$ - модальні значення h, R, θ; $N = 5\cdot 10^6$ проведено чисельні розрахунки, при зафіксованих q^* і M^*, пошуку

$$\max\left\{F \,\middle|\, Pos\left(g\left(q^*, M^*, h, R, \theta\right)\right) \ge F\right\},$$

за умови, що h, R, θ нечіткі величини, які задані трикутною функцією належності з розкидом від m: $\Delta_h = 0{,}01$ см, $\Delta_R = 1$ см, $\Delta_\theta = 0{,}01$. Отримано нечіткі значення осьової стискуючої сили, які надані в табл. 1 та рис. 2.

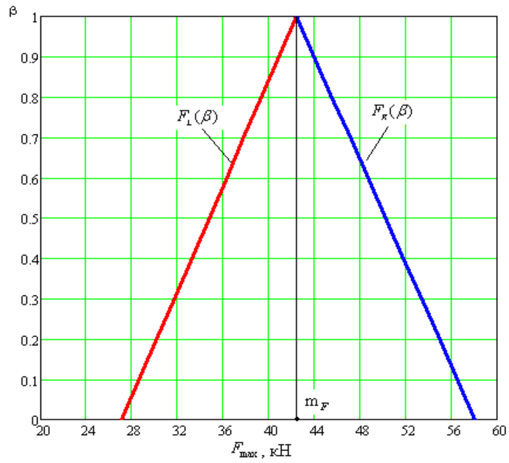

Рис.2. Нечітке число - осьова сила $F_{\max}$ / Fuzzy number - axial force $F_{\max}$

Таблиця 1

Нечітка множина – величина осьової сили $F_{\max}$ / Fuzzy number - axial force $F_{\max}$

β	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$F_L(\beta)$, кН	27,1	28,7	30,2	31,7	33,2	34,8	36,3	37,8	39,4	40,9	42,5
$F_R(\beta)$, кН	58,1	56,5	54,9	53,4	51,8	50,2	48,7	47,1	45,6	44	42,5

Таблиця 2

Дефаззіфіковані значення осьової сили в залежності від розкиду нечіткої величини R і процент відхилення від розв'язку задачі за умови детермінованих даних $h = 0.1$ см, $R = 10$ см, $m_\theta = 0.7$ / Defuzzificated value of the axial force as a function of the fuzzy value R and the percentage of deviation from the solution of the problem when deterministic data is $h = 0.1$ cm, $R = 10$ cm, $m_\theta = 0.7$

Δ_R, *см*	0,25 (2,5%)	0,5 (5%)	1 (10%)	2 (20%)	2,5 (25%)	3 (30%)
F_{df}, *кН*	38,787	38,762	38,69	38,372	38,141	37,858
%	8,63	8,69	8,88	9,61	10,12	10,82

Отримані данні толерантні до величин Δ_R.

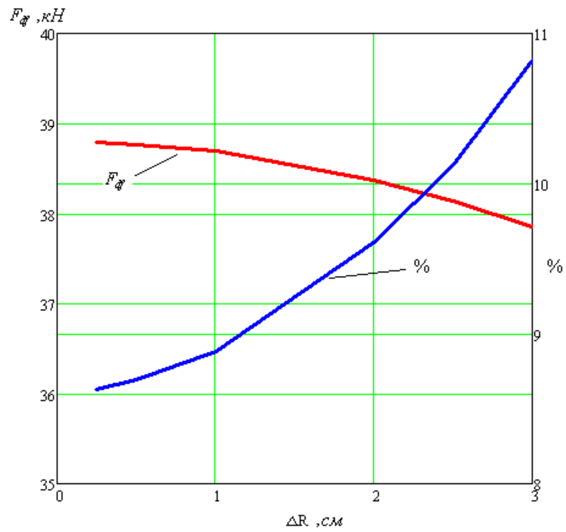

Рис. 3. Графік зміни дефаззіфікованих величин F_{df} і процент їх відхилення від детермінованих значень стискуючої сили в залежності від зміни розкиду величини Δ_R / Defuzzificated value F_{df} of the axial force and percentage of the deviation from determined value as a function of Δ_R

В другому чисельному експерименті взято такі початкові дані. Нехай значення розкидів геометричних параметрів будуть $\Delta_h = 0{,}05$ см, $\Delta_\theta = 0{,}01$, $\Delta_R = 1$ см. Значення розподіленого навантаження приймемо як детерміноване і фіксоване. Припустимо воно дорівнює

$q = 30кН / м$. Результати впливу значення крутного моменту на детерміноване F_{det} і дефаззіфіковане F_{df} значення критичної стискаючої сили наведено в таблиці 3. Графічне зображення цих залежностей, а також процент відхилення результатів отриманих при нечіткому розв'язанні від детермінованого розв'язку наведено на рис. 4.

Таблиця 3

Вплив критичного значення крутного моменту на детерміновану та дефаззіфіковану величину критичної стискаючої сили / The impact of torque value on determined and defuzzificated value of critical compressive force

M^*	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
F_{det}, (кН)	42,43	42,38	42,15	41,77	41,24	40,55	39,71	38,72	37,58	36,28	34,84
F_{df}, (кН)	42,12	42,01	41,59	40,88	39,93	38,67	37,12	35,30	33,2	30,81	28,18

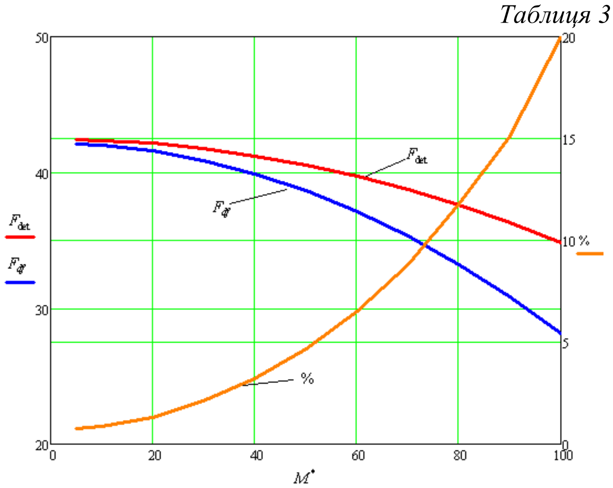

Рис. 4. Оптимальні значення F_{det} і F_{df} при зміні силового фактору M^*, а також відхилення значень F_{df} від F_{det} (у відсотках) / Optimal values of F_{det} and F_{df} when changing M^* and the deviation F_{df} from F_{det} (in percent)

F_{det} - розв'язання при детермінованих даних F_{df} - дефаззіфікована величина

Висновки

1. Виконано адаптацію одного з методів "м'яких обчислень" - теорії нечітких множин до задачі оптимального проектування циліндричної ортотропної конструкції.

Наукових праць в цьому напрямку практично одиниці [7].

2. Розроблено процедуру нечіткого моделювання визначення максимального поздовжнього навантаження оболонки за умови виконання вимог місцевої втрати стійкості.

3. Виконано чисельні розрахунки дефаззіфікованого нечіткого значення поздовжньої сили.

4. В таблицях і на графіках наведено інформацію щодо реакції впливу нечіткості завдання величини радіусу (розкид в %) на величину осьової сили F_{max}: чим більше стає розкид тим менша величина несучої здатності оболонки.

5. Другий чисельний експеримент показав, що при збільшенні значення крутного моменту, розбіжність між детермінованим і дефаззіфікованим розв'язком щодо величини осьової сили зростає.

Таким чином, можна стверджувати, що запровадження теорії нечітких множин дає принципову можливість оцінювати вплив нечіткостей в завданні вихідних даних на оптимальний проект в порівнянні з розв'язком при детермінованих даних.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей М.: Наука. - 1969. - 478 с.
2. Рутковский Д., Пилиньский М., Рутковская Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечёткие системы М.: Горячая линия – Телеком. – 2008. – 383 с.
3. Бусленко Н.П., Голенко Д.Н., Соболь И.М., Срагович В.Г. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). - М.: Физмат. 1962 - 332 с.
4. Тетерс Г.А., Рикардс Р.Б., Нарусберг В.Л. Оптимизация оболочек из слоистых композитов. - Рига: Зинанте. - 1978. - 240 с.
5. Liu B. Uncertain programming. - Wiley. New York. – 1999. – 201 p.
6. Рикардс Р.Б., Тетерс Г.А. Устойчивость оболочек из композитных материалов. - Рига. - Зинанте. 1974. - 312 с.
7. Бараненко В.А. Нечёткая оптимизация в проектировании конструкций / Прикладная математика и механика / тр. Грузинского механического университета. - Тбилиси. - 2012. с. 113-120.

REFERENCES

1. Venttsel E.S. Teoriya veroyatnostey M.: Nauka., 1969, p. 478.
2. Rutkovskiy D., Pilinskiy M., Rutkovskaya L. Neyronnyie seti, geneticheskie algoritmyi i nechyotkie sistemyi M.: Goryachaya liniya, Telekom., 2008, p. 383.
3. Buslenko N.P., Golenko D.N., Sobol I.M., Sragovich V.G. Metod statisticheskih ispyitaniy (metod Monte-Karlo). - M.: Fizmat.

1962, p. 332 .
4. Teters G.A., Rikards R.B., Narusberg V.L. Optimizatsiya obolochek iz sloistyih kompozitov. - Riga: Zinante., 1978, p. 240.
5. Liu B. Uncertain programming. - Wiley. New York., 1999, p. 201
6. Rikards R.B., Teters G.A. Ustoychivost obolochek iz kompozitnyih materialov. - Riga. - Zinante. 1974, p. 312.
7. Baranenko V.A. Nechyotkaya optimizatsiya v proektirovanii konstruktsiy / Prikladnaya matematika i mehanika / tr. Gruzinskogo mehanicheskogo universiteta. - Tbilisi., 2012, pp. 113-120.

Статья рекомендована к публикации д-рами техн. наук, В.И. Большаковым и Д.В. Лаухиным (Украина)