

УДК 691:539.217.2

## СТАТИСТИКА ЛОКАЛЬНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ В ДВУМЕРНЫХ МОДЕЛЯХ ДВУХФАЗНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

ЗАГИНАЙЛО И.В.<sup>1\*</sup>, к.ф.-м.н., доц.,  
ПИСАРЕНКО А.Н.<sup>2</sup>, к.ф.-м.н., доц.,  
БРОШЕВАН А.А.<sup>3</sup>, студ.

<sup>1\*</sup> Кафедра физики, Одесская государственная академия строительства и архитектуры, ул Дидрихсона, 4, г. Одесса, Украина, 65029, тел. +380487881568, e-mail: sivzag@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-4022-09120

<sup>2</sup> Кафедра физики, Одесская государственная академия строительства и архитектуры, ул Дидрихсона, 4, г. Одесса, Украина, 65029, ORCID ID: 0000-0001-5938-4107

<sup>3</sup> Инженерно-строительный институт, Одесская государственная академия строительства и архитектуры, ул Дидрихсона, 4, г. Одесса, Украина, 65029

**Аннотация. Цель.** Проверка статистической гипотезы о природе пиков полимодального распределения интенсивностей локальных тепловых потоков в двухфазном композиционном материале. Статистический анализ влияния параметров включения и матрицы на характеристики указанного распределения. **Методика.** Моделирование стационарного распределения теплофизических характеристик квазидвумерного двухфазного композита со случайно размещенными включениями методом Монте-Карло. Численное решение внутренней задачи Дирихле для однородного стационарного уравнения теплопроводности с краевыми условиями первого рода методом верхней последовательной релаксации. Статистическая идентификация полимодальных распределений локальных тепловых потоков. **Результаты.** Проведены численные расчеты и рассмотрены сценарии для локальных тепловых потоков при изменении параметров как самих включений, так и их размещения в матрице. В предположении логнормального закона распределения проведено разделение полимодального распределения локальных тепловых потоков на три моды. Исследовано влияние параметров матрицы и включений на динамику отдельных мод. Путем сравнительного анализа карт тепловых потоков и гистограмм распределения их интенсивностей определены области матрицы композита, которые соответствуют каждой моде. **Научная новизна.** Впервые статистически подтверждены и пространственно локализованы области квазидвумерного композита в которых протекают локальные тепловые потоки с распределением 3-х разных типов. Проведен анализ факторов, влияющих на основные характеристики этих распределений. **Практическая значимость.** Результаты численного исследования распределения локальных тепловых потоков могут быть использованы как для прогнозирования результатов тепловой эксплуатации существующих двухфазных композитов, так и для моделирования теплофизических характеристик новых композиционных материалов.

**Ключевые слова:** композиционный материал; метод Монте-Карло; локальные тепловые потоки; статистический анализ; динамика параметров распределений

## СТАТИСТИКА ЛОКАЛЬНИХ ТЕПЛОВИХ ПОТОКІВ В ДВОМІРНИХ МОДЕЛЯХ ДВОФАЗНИХ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

ЗАГИНАЙЛО І.В.<sup>1\*</sup>, к.ф.-м.н., доц.,  
ПИСАРЕНКО О.М.<sup>2</sup>, к.ф.-м.н., доц.,  
БРОШЕВАН О.О.<sup>3</sup>, студ.

<sup>1\*</sup> Кафедра фізики, Одеська державна академія будівництва та архітектури, вул Дідрихсона, 4, м. Одеса, Україна, 65029, тел. +380487881568, e-mail: sivzag@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-4022-09120

<sup>2</sup> Кафедра фізики, Одеська державна академія будівництва та архітектури, вул Дідрихсона, 4, м. Одеса, Україна, 65029, ORCID ID: 0000-0001-5938-4107

<sup>3</sup> Інженерно-будівельний інститут, Одеська державна академія будівництва та архітектури, вул Дідрихсона, 4, м. Одеса, Україна, 65029

**Анотація. Ціль.** Перевірка статистичної гіпотези про природу піків полімодального розподілу інтенсивностей локальних теплових потоків в двофазному композиційному матеріалі. Статистичний аналіз впливу параметрів включення і матриці на характеристики зазначеного розподілу. **Методика.** Моделювання стаціонарного розподілу теплофізичних характеристик квазидвовимірному двофазному композиту з випадково розміщеними включеннями методом Монте-Карло. Чисельне рішення внутрішньої задачі Діріхле для однорідного стаціонарного рівняння теплопровідності з крайовими умовами першого роду методом верхньої послідовної релаксації. Статистична ідентифікація полімодальних розподілів локальних теплових потоків. **Результати.** Виконані чисельні розрахунки і розглянуті сценарії для локальних теплових потоків при зміні параметрів як самих включень, так і їх розміщення в матриці. У припущенні логнормального закону розподілу проведено поділ полімодального розподілу локальних теплових потоків на три моди. Досліджено вплив параметрів матриці і включень на динаміку окремих мод. Шляхом порівняльного аналізу карт теплових потоків і гістограм розподілу їх інтенсивностей

визначені області матриці композиту, які відповідають кожній моді. *Наукова новизна.* Вперше статистично підтвержені і просторово локалізовані області квазидвмірного композиту в яких протікають локальні теплові потоки з розподілом 3-х різних типів. Проведено аналіз факторів, що впливають на основні характеристики цих розподілів. *Практична значимість.* Результати чисельного дослідження розподілу локальних теплових потоків можуть бути використані як для прогнозування результатів теплової експлуатації існуючих двофазних композитів, так і для моделювання теплофізичних характеристик нових композиційних матеріалів.

*Ключові слова:* композиційний матеріал; метод Монте-Карло; локальні теплові потоки; статистичний аналіз; динаміка параметрів розподілів

## LOCAL HEAT FLUXES STATISTICS IN TWO-DIMENSIONAL MODELS OF TWO-PHASE COMPOSITE MATERIALS

ZAGINAYLO I.V.<sup>1\*</sup>, *Cand. Sc. (Phys.), Assoc. Prof.*,  
 PYSARENKO A.N.<sup>2</sup>, *Cand. Sc. (Phys.), Assoc. Prof.*,  
 BROSHEVAN A.A.<sup>3</sup>, *Stud.*

<sup>1\*</sup> Department of Physics, Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, 4, Didrikhson str., Odessa 65029, Ukraine, phone, +380487881568, e-mail: sivzag@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-4022-09120

<sup>2</sup> Department of Physics, Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, 4, Didrikhson str., Odessa 65029, Ukraine, ORCID ID: 0000-0001-5938-4107

<sup>3</sup> Civil Engineering Institute, Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, 4, Didrikhson str., Odessa 65029, Ukraine

**Abstract. Purpose.** The goal of this work is to test the statistical hypothesis on the polymodal distribution peaks character of the of the local heat fluxes intensities in two-phase composite material. Another object is to perform a statistical analysis of the matrix and inclusions parameters influence on the characteristics of this distribution. **Methodology.** We modeled the steady-state distribution of the thermophysical characteristics of a quasi-two-dimensional two-phase composite with randomly placed inclusions by the Monte Carlo method. The internal Dirichlet problem for a homogeneous stationary heat equation with first kind boundary conditions was solved numerically by the method of the top progressive relaxation. We used the procedure of statistical identification of polymodal distributions of local heat fluxes. **Results.** Numerical calculations were carried out and scenarios for local heat fluxes were considered when the parameters of both the inclusions and their placement in the matrix are changed. Assuming the lognormal distribution law we separated the polymodal distribution of local heat fluxes into three modes. The influence of the matrix and inclusions parameters on the individual modes dynamics was studied. Comparing heat fluxes charts and histograms of the distribution of heat fluxes intensities, we defined the areas of the composite matrix which corresponded to each mode. **Originality.** The areas of the quasi-two-dimensional composite which correspond the local heat fluxes with the distribution of three different types were statistically confirmed and spatially localized for the first time. The analysis of the factors which affect the main characteristics of these distributions was carried out. **Practical value.** The results of a numerical study of the local heat fluxes distribution can be used both for predicting the results of thermal exploitation of available two-phase composites and for simulating the new composite materials thermophysical characteristics.

*Keywords:* composite material; Monte Carlo method; local heat fluxes; statistical analysis; dynamics of distribution parameters

### Постановка проблемы

Введение наполнителей в матрицу композита позволяет менять его физико-механические и теплофизические свойства в широких пределах. Это обуславливает применение композиционных материалов практически во всех отраслях промышленности. Отсутствие трансляционной симметрии в расположении наполнителей для широкого класса композитов затрудняет аналитическое описание их теплофизических свойств с одной стороны, и является причиной введения усредненных характеристик, таких как эффективная теплопроводность, с другой.

Эффективная теплопроводность может быть представлена в качестве тензора второго ранга [12]. Компоненты этого тензора зависят от ряда параметров, которые входят в математические модели теплового взаимодействия включений и матрицы в композите. Однако большинство моделей

[6, 5] учитывают лишь объемное содержание добавок в композите и не рассматривают их возможное расположение. Это приводит к значительному разбросу оценок эффективной теплопроводности композита в разных направлениях, особенно при наличии удлиненных включений (волокон) и при большом различии коэффициентов теплопроводности включений и матрицы [1, 3]. Значение эффективного коэффициента теплопроводности композита может меняться в широком диапазоне при различных пространственных распределениях наполнителя в матрице даже при одной и той же концентрации.

В связи с этим становится насущной необходимость перехода при изучении теплофизических свойств композитов от усредненных макро-характеристик к микро-характеристикам, в частности, к локальным тепловым потокам, которые связаны с отдельными

включениями и областями между ними. При таком подходе естественным является статистический способ описания и исследования большого количества локальных тепловых потоков в композиционном материале.

#### **Анализ последних исследований, выделение нерешенных ранее частей общей проблемы.**

Известны численные расчеты детальных температурных профилей композитных материалов с использованием метода конечных разностей. Например, в [8] анализировалось влияние на эти профили концентрации включений. Однако при этом не изучалось влияние размеров включений и их взаимного расположения на результаты расчетов.

Известны также расчеты эффективной теплопроводности композитов с использованием метода Монте-Карло, который позволяет моделировать случайное размещение включений в материале. Например, в работе [7] таким способом определялся размер репрезентативного элемента объема композита, в работе [4] – рассчитывалась эффективная теплопроводность. Авторами [10] проводились статистические исследования микроструктуры композитов с включениями, границы которых структурированы по типу мозаики Вороного. Однако при обсуждении результатов исследований авторы данных работ не обсуждают микро-характеристик – локальных тепловых потоков.

Численный анализ распределения температуры и тепловых потоков в анизотропных композитных материалах был проведен в [9]. В работе получены температурные профили и карты тепловых потоков для матриц с изотропными включениями цилиндрической формы и с анизотропными цилиндрическими включениями, расположенными в центре матрицы. Отношение теплопроводностей включений и матрицы составляло 5:1. Карты тепловых потоков представлены в форме векторных диаграмм. Показано, что наличие теплоизолированных границ матрицы влияет на направление и величину интегральных тепловых потоков. Также показано, что направление тепловых потоков в анизотропном материале не является нормальным к изотермам. Однако небольшое число узлов расчетной сетки не позволило провести детальный статистический анализ для практически важного случая композитов с большой концентрацией включений. Кроме того, не исследовалось влияние взаимного расположения и размеров включений на векторные диаграммы локальных тепловых потоков.

Нами в работе [11] проводился статистический анализ эффективной теплопроводности двухфазного композита с использованием метода Монте-Карло. Было показано, что случайное размещение включений в матрице приводит к разбросу величины прошедшего теплового потока и, следовательно, к разбросу эффективной теплопроводности в разных реализациях случайных размещений. Были описаны

зависимости характеристик статистического распределения эффективной теплопроводности – среднего значения, коэффициента вариации, показателей асимметрии и эксцесса – от концентрации теплоизолирующих включений и минимальной дистанции между ними.

Также нами в [2] рассчитывались локальные тепловые потоки в двухфазном материале. Было обнаружено, что статистическое распределение величины локальных тепловых потоков в моделируемом материале имеет вид трех перекрывающихся пиков. Было высказано предположение, что эти три пика отражают наличие трех характерных областей в двухфазном материале: одна из этих областей соотносена нами с теплоизолирующими включениями, а две другие – с теплопроводящей матрицей в предположении, что сама матрица может быть разделена на область индуцированных теплопроводящих каналов и область «темной матрицы». В последней в результате экранирования теплоизолирующими включениями локальные тепловые потоки имеют низкие плотности в сравнении с теплопроводящими каналами. Однако высказанные предположения основываются на расчетах относительно небольшого числа конкретных реализаций случайного размещения включений в моделируемом материале. Для выявления статистических закономерностей в распределении локальных тепловых потоков требуется изучение представительной выборки реализаций случайного размещения включений.

#### **Цель работы**

Проверить справедливость высказанных ранее предположений о природе пиков полимодального распределения величин локальных тепловых потоков в двухфазном материале и определить влияние параметров материала на статистические характеристики указанного распределения.

#### **Изложение основного материала исследований.**

В данной работе нами рассматривался случай отсутствия источников тепловыделения в композите. Для каждой области композита  $\Omega$ , которая имела температуру  $T_\Omega$  и теплопроводность  $\lambda_\Omega$  ставилась внутренняя задача Дирихле для однородного стационарного уравнения теплопроводности:

$$\sum_{\kappa} \frac{\partial}{\partial \kappa} \left( \lambda_\Omega \frac{\partial T_\Omega}{\partial \kappa} \right) = 0, \quad (1)$$

где  $\kappa$  – индекс перебора координатных осей  $X$  и  $Y$ . Численное решение уравнения (1) мы находили с помощью метода верхней последовательной релаксации на равномерной ортогональной расчетной сетке с междуузельными расстояниями, равными  $h$ . Размер счетной области вдоль координаты  $Z$  принимался равным размеру одного шага сетки  $h$ , и перетоки тепла вдоль этой

координаты отсутствовали. Таким образом, наша модель являлась квазидвумерной.

Матрица двухфазного композиционного материала моделировалась квадратной областью со стороной  $L_p$  – ниже мы будем эту область называть шаблоном. В шаблоне случайным образом располагались  $N_f$  включений квадратной формы со стороной  $L_f$ . Концентрация включений  $c$  определялась как отношение всей площади, занятой включениями, к общей площади шаблона  $c = \frac{N_f L_f^2}{L_p^2}$ ,

( $c \in [0,05 \div 0,5]$ ). Моделировался класс композитов с потенциальной анизотропией [6]:  $\delta = \lambda_f / \lambda_m \ll 1$ , где  $\lambda_f$ ,  $\lambda_m$  – теплопроводности включений и матрицы, соответственно. Нами в расчетах задавалось значение потенциальной анизотропии, характерное для песочно-цементного камня с включениями пенополистирола:  $\delta = 0,048$  (соотношение теплопроводностей включения и матрицы 1:20,7).

Разработанная для поставленной задачи программа позволяла с помощью генератора случайных чисел моделировать и сохранять различные реализации случайного размещения включений, которые мы в дальнейшем будем называть испытаниями. При этом в программе можно было задавать различный размер включений  $L_f$ , их концентрацию  $c$  и минимальную дистанцию  $d_{\min}$ , на которую включения могли приближаться друг к другу в каждой серии испытаний. Величины  $L_p$ ,  $L_f$  и  $d_{\min}$  выражались целым числом шагов сетки  $h$ , в частности  $L_p = a \cdot h$  ( $a$  принимало значение 128 или 160),  $L_f = f \cdot h$  ( $f = 4 \dots 8$ ) и  $d_{\min} = b \cdot h$  ( $b = 0 \dots f$ ). Целочисленные безразмерные величины  $a$ ,  $f$  и  $b$  ниже мы будем называть относительными размерами шаблона, включения и минимальной дистанции соответственно.

С целью минимизации расчетных погрешностей, связанных с теплопереносом на границах, счетная область моделируемого композита составлялась из 3 идентичных шаблонов: центрального (представительского) и двух прилегающих. Центры этих шаблонов располагались вдоль вертикальной оси (оси  $Y$ ). По периметру (в плоскости  $XU$ ) счетная область дополнялась пограничным слоем размером в один шаг сетки; теплопроводность пограничного слоя принималась равной теплопроводности матрицы; включения в пограничном слое не размещались. Таким образом, размер счетной области вдоль оси  $X$  составлял  $L_X = L_p + 2h = (a + 2)h$ , а вдоль оси  $Y$  размер составлял  $L_Y = 3L_p + 2h = (3a + 2)h$ , а соответствующие индексы нумерации узлов счетной области принимали значения  $j \in [1; a + 2]$  и  $i \in [1; 3a + 2]$

На расчетную область накладывались краевые условия первого рода. Для левого ( $j = 1$ ) и правого ( $j = a + 2$ ) пограничных слоев задавались постоянные температуры:

$$\begin{aligned} T(i)|_{j=1} &= T_L \\ T(i)|_{j=a+2} &= T_R \end{aligned} \quad (2)$$

При этом  $T_L > T_R$ . Таким образом, градиент температуры прикладывался вдоль оси  $X$ . Для верхнего ( $i = 1$ ) и нижнего ( $i = 3a + 2$ ) пограничных слоев задавалось линейное изменение температуры вдоль координаты  $X$ :

$$T(j)|_{i=1} = T(j)|_{i=3a+2} = T_L - \frac{T_L - T_R}{a+1}(j-1) \quad (3)$$

В силу трансляционной симметрии заполнения области шаблонами тепловые перетоки между «строками»  $i = a$  и  $i = a + 1$  в точности равны тепловым перетокам между «строками»  $i = 2a + 1$  и  $i = 2a + 2$ . Поэтому после решения уравнения (1) для всей счетной области анализ локальных тепловых потоков проводился только для представительского (центрального) шаблона:  $i \in [a + 1; 2a + 2]$ . При этом под локальным тепловым потоком (ЛТП) мы понимаем тепловой поток через область единичного относительного размера, представляющую собой окрестность узла счетной сетки величиной  $\pm h/2$  по координатам  $X$  и  $Y$ . Все ЛТП в данной работе представлены в условных единицах, т.к. для представления их в системных единицах необходимо задаться определенной величиной  $h$ .

Более подробное описание методики расчета можно найти в [11].

Анализ ЛТП в больших сериях испытаний показал, что обнаруженные в [2] три пика распределения статистически достоверно проявляются при различных параметрах размещения включений в моделируемом материале. На рис. 1 показано распределение ЛТП в шаблоне относительного размера  $a = 160$  с  $N_f = 480$  случайно расположенными включениями относительного размера  $f = 4$  ( $c = 0,30$ ) при относительной минимальной дистанции  $b = 1$ , полученное в серии из 400 испытаний (серия №1).

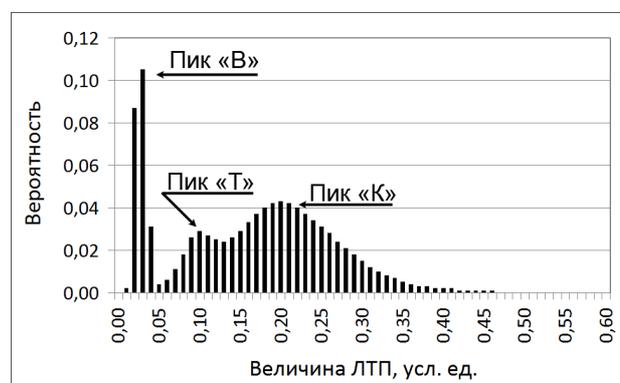


Рис. 1. Полимодальное распределение ЛТП в серии испытаний №1: стрелками показаны пики распределения с их обозначениями/ Polymodal distribution of LHF in the series of tests No. 1: arrows show distribution peaks with their notation

При построении этой и всех последующих гистограмм диапазоны разбиения значений ЛТП равны 0,01 условной единицы величины потока. Вероятность оценивалась как число ЛТП, попадающих в данный диапазон, отнесенное к общему числу проанализированных ЛТП, которое в данном случае составляло  $1,024 \cdot 10^7$ . Данное распределение имеет три выраженных пика, обозначенные нами, как пик «В», пик «Т» и пик «К». Причем левый пик (пик «В») хорошо дифференцирован, а пики «Т» и «К» частично перекрываются. Мы полагаем, что данное полимодальное распределение представляет собой сумму трех одноименных распределений. Наличие представительной статистики позволяет определить параметры перекрывающихся пиков, если задаться типами их распределений. Прежде всего, отметим, что пик «К» асимметричен, с вытянутым правым крылом. О пике «Т» этого нельзя сказать с уверенностью, но можно предположить, что он также обладает аналогичной асимметрией. Поскольку случайное изменение величины ЛТП через каждую следующую счетную ячейку в связи с мультипликативным влиянием случайно асположенных включений должно быть равновероятным по знаку, то при достаточно большом числе шагов и достаточно большой концентрации включений плотность вероятности распределения ЛТП должна описываться логарифмически-нормальным законом:

$$y(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \frac{1}{x} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \ln Me}{\sigma}\right)^2\right], \quad (4)$$

где  $Me$  – медиана распределения,  $\sigma$  – параметр распределения, который связан с шириной пика. Однако более наглядной и удобной для дальнейшего анализа нам представляется упрощенная форма логнормального распределения, которая используется, в частности, в программе для анализа спектров PeakFit™ v4:

$$y(x) = A \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \ln Mo}{\sigma}\right)^2\right], \quad (5)$$

так как здесь  $Mo$  – мода распределения (положение вершины пика) и  $A$  – амплитуда моды, которые легко определяются по гистограмме. При данных предположениях с помощью указанной программы перекрывающиеся пики разделяются так, как это показано на рис. 2.

Выделенный из полимодального распределения пик «Т» характеризуется следующими параметрами:  $A_T = 0,0270$ ;  $Mo_T = 0,100$ ;  $\sigma_T = 0,231$ . Пик «К» характеризуется параметрами:  $A_K = 0,0425$ ;  $Mo_K = 0,200$ ;  $\sigma_K = 0,277$ . При указанных параметрах распределений пик «К» формируют 63% всех ЛТП, пик «Т» – 16% ЛТП, а пик «В» – 21%.

Параметры распределений указанных пиков и степень их перекрытия чувствительны к изменениям какого-либо параметра размещения включений. Например, на рис. 3 показано распределение величин ЛТП в таком же шаблоне  $a = 160$  с примерно такой же концентрацией  $c = 0,2925$ , при таком же  $b = 1$ , но с размером включений  $f = 6$  и в количестве  $N_f = 208$ , полученное в серии из 400 испытаний (серия №2).

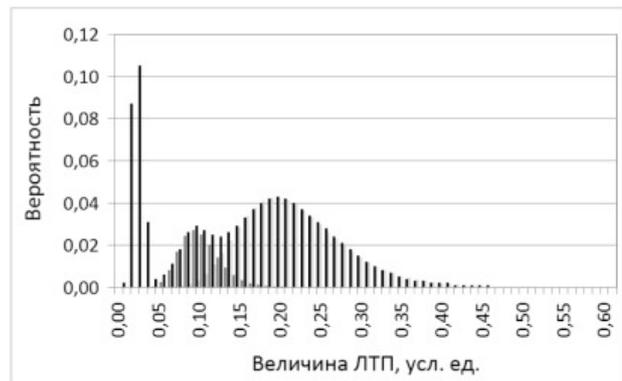


Рис. 2. Распределение ЛТП в серии испытаний №1: черным цветом показано исходное полимодальное распределение, красным – распределение ЛТП, формирующее пик «Т», а зеленым – распределение ЛТП, формирующее пик «К» / The distribution of LHF in the series of tests No. 1: the initial polymodal distribution is shown in black, the distribution of LHF forming the "T" peak – in red, and the distribution of LHF forming the peak "K" – in green



Рис. 3. Распределение ЛТП в серии испытаний №2: цветовые обозначения такие же, как и на Рис. 2 / Distribution of LHF in the series of tests No. 2: the colours designations are the same as in Fig. 2

Как видно, пик «В» по-прежнему хорошо дифференцирован, а перекрытие пиков «Т» и «К» гораздо сильнее, чем в испытаниях серии №1.

При уменьшении размера шаблона и при уменьшении концентрации включений (следовательно, при уменьшении числа возможных случайных изменений ЛТП при прохождении общего теплового потока через материал) характер пиков полимодального распределения ЛТП изменяется. На рис. 4 показано распределение ЛТП в шаблоне размером  $a = 128$  с  $N_f = 48$  включениями размера  $f = 5$

( $c = 0,073$ ) при  $b = 1$ , полученное в серии из 400 испытаний (серия №3).

Анализ формы пика «К» показывает, что в этом случае он не может быть аппроксимирован логнормальным законом; по-видимому, при данных параметрах шаблона число случайных изменений ЛТП невелико, и поэтому не возникает условий для формирования логнормального распределения ЛТП.

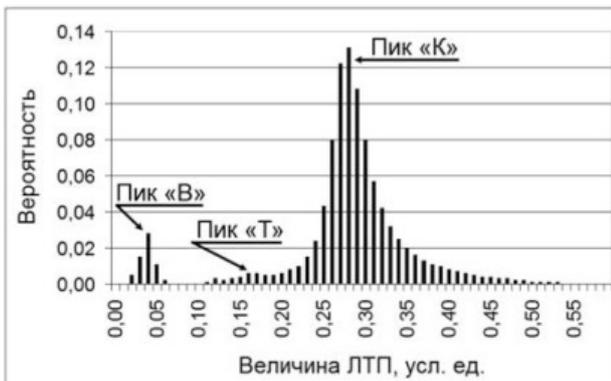


Рис.4. Полимодальное распределение ЛТП в серии испытаний №3 / The polymodal distribution of LHF is shown for the series of tests No. 3

Благодаря отсутствию перекрытия пиков «В» и «Т» при малых концентрациях включений путем сопоставления координат ЛТП, принадлежащих пику «В», с координатами включений однозначно установлено, что пик «В» формируется ЛТП, проходящими через включения.

Как были определены области шаблона, формирующие пики «Т» и «К», покажем на примере серии испытаний №1. В этой серии перекрытие пиков «Т» и «К» относительно невелико (см. рис. 2), и практически все ЛТП величиной менее 0,1 усл.ед. не принадлежат пику «К», а все ЛТП величиной более 0,21 усл.ед. принадлежат пику «К». Анализируя ЛТП каждого конкретного испытания, мы на карте шаблона отмечали черным цветом включения, зеленым цветом – области с ЛТП не менее 0,21 усл.ед. (принадлежат пику «К»), а красным цветом – области с ЛТП не более 0,1 усл.ед., но не являющиеся включениями (следовательно, они принадлежат пику «Т»). Раскраска областей соответствует раскраске гистограмм на рис. 2 и 3. Без цветовой маркировки оставались области, которые могут принадлежать как пику «Т», так и пику «К» в силу их перекрытия. Пример такой карты показан на рис. 5. В результате анализа большого числа испытаний мы подтвердили наше изначальное предположение в отношении пика «К»: действительно, этот пик формируют области, которые мы в [2] назвали индуцированными теплопроводящими каналами. Мы также ожидали увидеть, что области, формирующие пик «Т», будут прилегать к включениям с правой стороны, т.к. макроградиент температуры приложен слева направо, и включения должны экранировать тыловые области от попадания туда тепловых потоков.

Но на рис. 5 видно, что кроме тыловых областей свой вклад в формирование пика «Т» дают и фронтальные области перед включениями, которые огибаются тепловыми потоками. Таким образом, «темная матрица», о которой мы писали в [2], формируется как тыловыми, так и фронтальными (по отношению к градиенту температуры) областями матрицы в окрестностях включений.

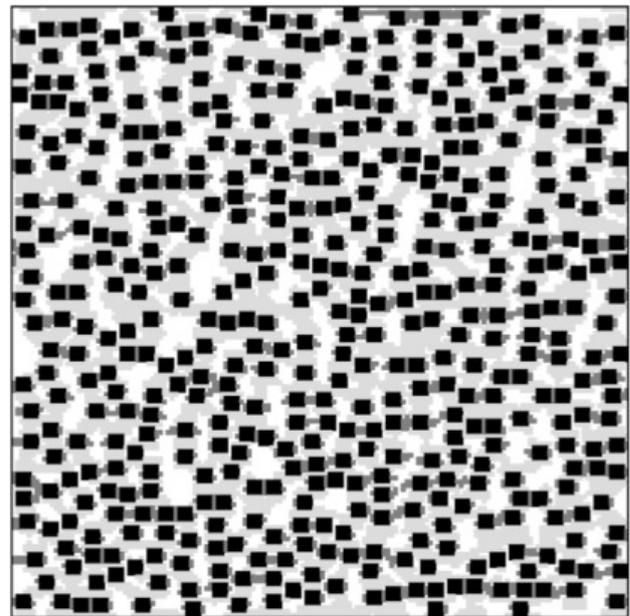


Рис.5. Области, которые формируют различные пики распределения ЛТП в конкретном испытании из серии №1 / Areas that form different peaks in the distribution of LHF in a particular test from the series No. 1

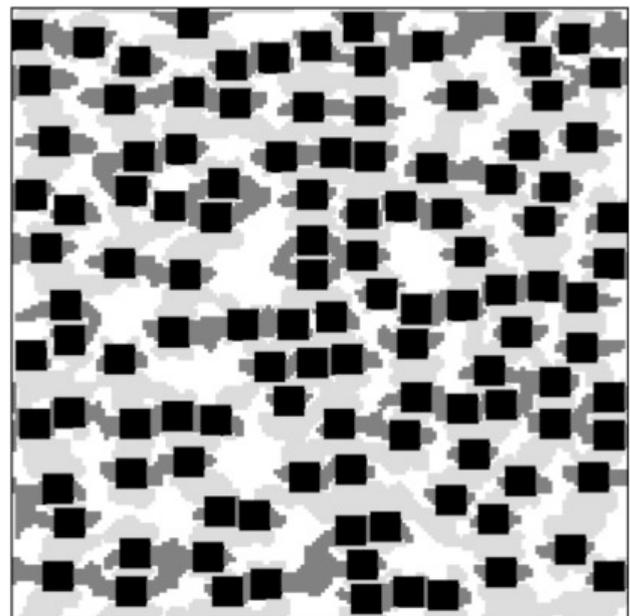


Рис.6. Области, которые формируют различные пики распределения ЛТП в конкретном испытании из серии №4 / Areas that form different peaks in the distribution of LHF in a particular test from the series No. 4

По мере роста размеров включений темная матрица увеличивает свою долю, в т.ч. и за счет включения в нее фронтальных областей – см., например, рис.6, на котором показана аналогичная карта для испытания с параметрами  $a = 160$  с  $N_f = 117$  при  $f = 8$  ( $c = 0,29$ ) и  $b = 1$  (серия №4). Изучая рис. 6 нужно учитывать, что области темной матрицы маркированы красным гарантированно, а области, маркированные зеленым цветом, ввиду сильного перекрытия правых крыльев пиков «Т» и «К» могут принадлежать как индуцированным теплопроводящим каналам, так и темной матрице.

Как отмечалось выше, параметры распределений пиков «Т» и «К» зависят не только от концентрации включений  $c$ , но и от параметров их размещения  $f$  и  $b$ . Зависимости параметров распределения данных пиков от относительного размера включения при  $b = 1$  и  $c \approx 0,29$  показаны на рис. 7–9. Каждая точка графиков получена по сериям из 400 испытаний.

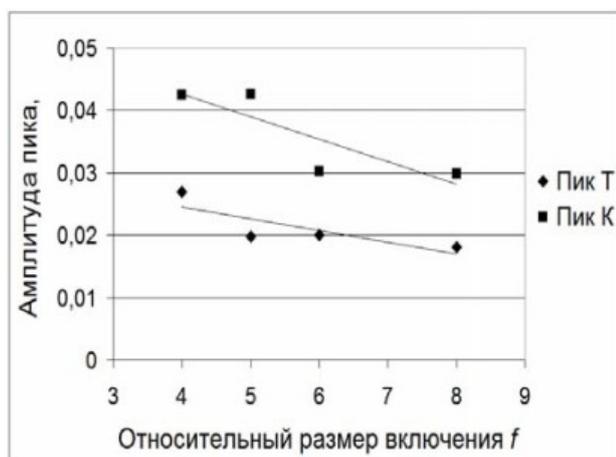


Рис. 7. Зависимость амплитуд пиков распределения ЛТП от размера включения / The dependence of peaks amplitudes of the LHF distribution on the size of the inclusion

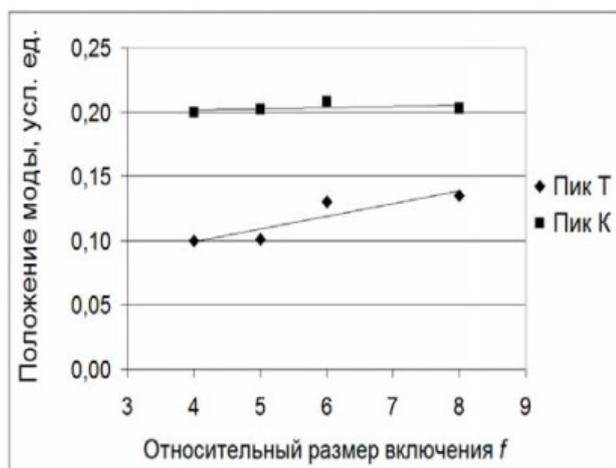


Рис. 8. Зависимость положения моды пиков распределения ЛТП от размера включения / The dependence of peaks mode position of the LHF distribution on the size of the inclusion

Малое значение относительной минимальной дистанции  $b$  при данной концентрации  $c \approx 0,29$  приводит к тому, что при увеличении относительного размера включения  $f$  часть каналов матрицы с интенсивными ЛТП перекрываются, и, соответственно, имеет место  $\Delta A_K / \Delta f = \nu_{AK} < 0$  – амплитуда пика «К» падает с ростом  $f$  (см. рис. 7).

С другой стороны, рост  $f$  приводит к увеличению доли «темных областей» как от отдельных включений, так и от практически кластерных структур (в силу малого значения относительной минимальной дистанции:  $b = 1$ ). В эти области могут попадать ЛТП с большей интенсивностью. Следовательно, происходит как уширение пика «Т» (см.  $\Delta \sigma_T / \Delta f = \nu_{\sigma T} > 0$  на рис. 9), так и смещение моды  $M_{oT}$  в сторону более интенсивных ЛТП (см.  $\Delta M_{oT} / \Delta f = \nu_{M_{oT}} > 0$  на рис. 8). Перераспределение числа ЛТП для «темных» областей приводит к уменьшению числа ЛТП, соответствующих моде, т.е. приводит к уменьшению амплитуды  $A_T$  (см.  $\Delta A_T / \Delta f = \nu_{AT} < 0$  на рис. 7).

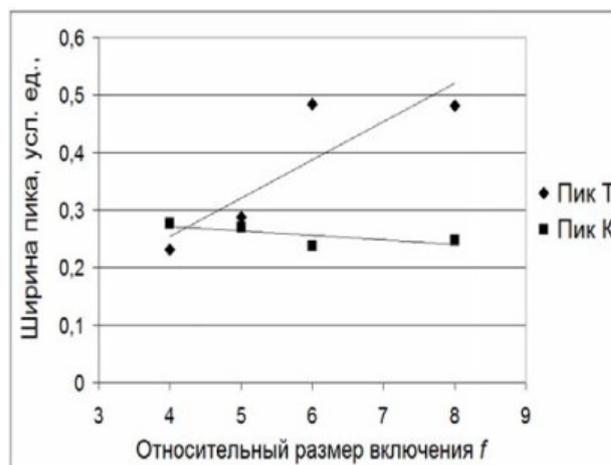


Рис. 9. Зависимость параметра ширины пиков распределения ЛТП от размера включения / The dependence of peaks widths of the LHF distribution on the size of the inclusion

На рис. 10 показаны зависимости мощности пиков от  $f$ , при этом под мощностью пика мы понимаем долю тех областей матрицы, ЛТП в которых формируют данный пик.

Рост мощности пика «Т» и падение мощности пика «К» по мере роста  $f$  должны проявляться уменьшением эффективной теплопроводности композиционного материала, т.к. уменьшение числа индуцированных теплопроводящих каналов эквивалентно уменьшению эффективной площади сечения теплопроводника. Однако, рис. 8 и 9 показывают конкурирующие тенденции – смещение вправо моды пика «Т» и вытягивание его правого крыла. Эти тенденции в какой-то мере должны компенсировать изменение мощностей рассматриваемых пиков. Таким образом, можно ожидать нелинейной зависимости эффективной теплопроводности от размера включений при

определенной комбинации других параметров размещения.

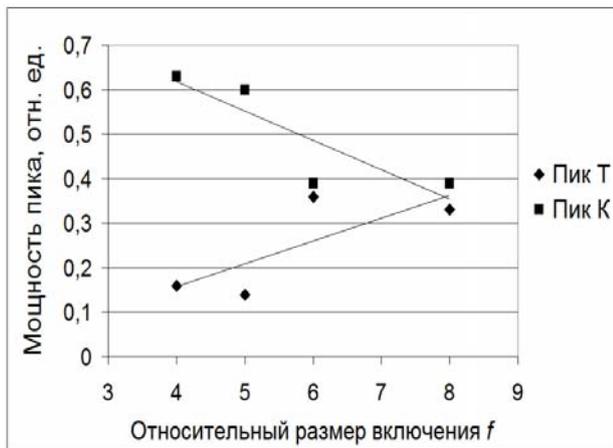


Рис. 10. Зависимость мощности пиков распределения ЛТП от размера включения / The dependence of peaks power of the LHF distribution on the size of the inclusion

#### Выводы:

1. Распределение ЛТП в двухфазном композиционном материале имеет три выраженных пика. Установлено, что один из них (пик «В») связан с узлами, занятыми теплоизолирующими включениями. Другой (пик «Т») связан областями «темной матрицы», которые огибаются тепловыми

потоками вследствие наличия вблизи теплоизолирующих включений. Третий (пик «К») связан с областями матрицы, в которых окружающие их теплоизолирующие включения практически не препятствуют прохождению тепловых потоков в направлении приложенного градиента температуры, т.е. в которых формируются индуцированные теплопроводящие каналы.

2. Изменением параметров размещения включений можно регулировать долю «темной матрицы» в композите. Т.к. вклад областей темной матрицы в общий теплоперенос ниже вклада индуцированных теплопроводящих каналов, то рост объема темной матрицы будет проявляться уменьшением эффективной теплопроводности материала. С другой стороны, тенденция расширения и смещения вправо пика распределения ЛТП темной матрицы при увеличении ее доли в композите позволяет ожидать нелинейную зависимость эффективной теплопроводности материала от доли «темной матрицы».

3. Расчет карт локальных тепловых потоков полезно использовать в комплексе с исследованием распределения термонапряжений и развития деструкционных процессов в композиционных материалах. Управление параметрами размещения включений может оказывать влияние не только на теплоизолирующие свойства материала, но и на его прочность и долговечность.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Ванин Г.А. Микромеханика композиционных материалов / Г.А. Ванин – Киев: Наукова думка. – 1985. – 305 с.
2. Загинайло И.В. Роль индуцированных теплопроводящих каналов в формировании теплоизолирующих свойств двухкомпонентных композиционных материалов / И.В. Загинайло, Я.А. Максименюк, А.Н. Писаренко // Строительство, материаловедение, машиностроение: сб. научных трудов. Вып. 92, 2016. – С. 56-61.
3. Chen Y.-M. Ultra high thermal conductivity polymer composites / Y.-M. Chen, J.-M. Ting // Carbon. – 2002. – Vol. 40. – P. 359-362.
4. Fiedler, T. Calculation of the Effective Thermal Conductivity in Composites Using Finite Element and Monte Carlo Methods / T. Fiedler, A. Öchsner, N. Muthubandara, I.V. Belova, G.E. Murch *Materials Science Forum*. 2007, vol. 553, pp. 51-56.
5. Gori F. Effective thermal conductivity of composites / F. Gori, S. Corasaniti // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2014. Vol. 77. – P. 653-661.
6. Graham S. Numerical analysis of the transverse thermal conductivity of composites with imperfect interfaces / S. Graham, D. McDowell // *Journal of Heat Transfer*. – 2003. – Vol. 125. – P. 389-393.
7. Gusev A.A. Representative volume element size for elastic composites: a numerical study / A.A. Gusev // *Journal of Mechanics and Physics of Solids*. – 1997. – Vol. 45. – P. 1449-1459.
8. Hui P.M. Thermal conductivity of graded composites: Numerical simulations and an effective medium approximation / P.M. Hui, X. Zhang, A.J. Markworth, D. Stroud // *Journal of Materials Science*. – 1999. – Vol. 34. – P. 5497-5503.

9. James B.W. Analysis of the temperature distribution, heat flow and effective thermal conductivity of homogeneous composite materials with anisotropic thermal conductivity / B.W. James, P. Harrison // *Journal of Physics D.: Applied Physics.* – 1992. – Vol. 25, no. 9. – P. 1298-1303.
10. Kaniit T. Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach / T. Kaniit, S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury, D. Jeulin // *International Journal of Solids and Structures.* – 2003. – Vol. 40. – P. 3647-3679.
11. Zagainaylo I.V. Two-dimensional numerical simulation study of the effective thermal conductivity statistics for binary composite materials / I.V. Zagainaylo, Ya.A. Maksimeniuk, A.N. Pysarenko // *International Journal of Heat and Technology.* – 2017. – Vol. 35, no. 2. – P. 364-370.
12. Zarubin V.S. Two-sided estimates for thermal resistance of an inhomogeneous solid body / V.S. Zarubin, G.N. Kuvyrkin // *High Temperature.* – 2013. – Vol. 51, no. 4. – P. 519–525.

## REFERENCES

1. Vanin G.A. *Mikromekhanika kompozitsionnykh materialov* [Micromechanics of composite materials]. Kyiv: Naukova dumka, 1985, 305 p. (in Russian).
2. Zagainajlo I.V., Maksimenjuk Ja.A. and Pisarenko A.N. *Rol' indukirovannykh teploprovodjashhih kanalov v formirovanii teploizolirujushhih svoystv dvuhkomponentnykh kompozitsionnykh materialov* [The role of induced heat-conducting channels in the formation of heat-insulating properties of two-component composite materials]. *Stroitel'stvo, materialovedenie, mashinostroenie* – [Construction, materials science, mechanical engineering]. PDABA. Dnipropetrovsk, 2016, no. 92, pp. 56-61.
3. Chen Y.-M. and Ting J.-M. *Ultra high thermal conductivity polymer composites.* *Carbon.* 2002, vol. 40, pp. 359-362.
4. Fiedler, T., Öchsner, A., Muthubandara, N., Belova, I.V. and Murch, G.E. *Calculation of the Effective Thermal Conductivity in Composites Using Finite Element and Monte Carlo Methods.* *Materials Science Forum.* 2007, vol. 553, pp. 51-56.
5. Gori F. and Corasaniti S. *Effective thermal conductivity of composites.* *International Journal of Heat and Mass Transfer.* 2014, vol. 77, pp. 653-661.
6. Graham S. and McDowell D. *Numerical analysis of the transverse thermal conductivity of composites with imperfect interfaces.* *Journal of Heat Transfer.* 2003, vol. 125, pp. 389-393.
7. Gusev A.A. *Representative volume element size for elastic composites: a numerical study.* *Journal of Mechanics and Physics of Solids.* 1997, vol. 45, pp. 1449-1459.
8. Hui P.M., Zhang X., Markworth A.J. and Stroud D. *Thermal conductivity of graded composites: Numerical simulations and an effective medium approximation.* *Journal of Materials Science.* 1999, vol. 34, pp. 5497-5503.
9. James B.W. and Harrison P. *Analysis of the temperature distribution, heat flow and effective thermal conductivity of homogeneous composite materials with anisotropic thermal conductivity.* *Journal of Physics D.: Applied Physics.* 1992, vol. 25, no. 9, pp. 1298-1303.
10. Kaniit T., Forest S., Galliet I., Mounoury V. and Jeulin D. *Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach.* *International Journal of Solids and Structures.* 2003, vol. 40, pp. 3647-3679.
11. Zagainaylo I.V., Maksimeniuk Ya.A. and Pysarenko A.N. *Two-dimensional numerical simulation study of the effective thermal conductivity statistics for binary composite materials.* *International Journal of Heat and Technology.* 2017, vol. 35, no. 2, pp. 364-370.
12. Zarubin V.S. and Kuvyrkin G.N. *Two-sided estimates for thermal resistance of an inhomogeneous solid body.* *High Temperature.* 2013, vol. 51, no. 4, pp. 519-525.

Стаття надійшла до редколегії 30.07.2017 р.