

УДК 005.8:517.977.14

СПОСОБ ПЛАНИРОВАНИЯ СРОКА ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОЕКТА С УЧЕТОМ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

ЯРМОЛАЕВ А. А.^{1*}, студент,
КОРХИН А. С.^{2*} д. ф.-м. н., проф.

^{1*} Кафедра «Прикладная математика и информационные технологии». Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 46-98-10, email: prmat@mail.pgasa.dp.ua,

^{2*} Кафедра «Прикладная математика и информационные технологии». Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 46-98-10, email: prmat@mail.pgasa.dp.ua,

Аннотация Цель. В любой задаче управления проектом важно знать его длительность. Она зависит, очевидно, от длительностей всех работ, которые входят в состав проекта. Длительность выполнения каждой работы для однотипных проектов может быть определена на основе статистических данных, если они есть. Однако и в этом случае оценка продолжительности некоторой работы как средней величины по имеющейся выборке, будет неточной. В проектах создания новых технологий имеется много нестандартных работ и в этом случае определение их длительности значительно усложняется. В этом случае целесообразно использовать представление длительности работы проекта как случайной величины. Тогда длительность проекта будет также случайной величиной, что соответствует реальной ситуации. Целью настоящей работы определяется определение интервала вероятности для длительности проекта, что позволяет учесть риски при его выполнении. Эта задача решается для проектов, состоящих из последовательности работ, некоторые из которых параллельны другим работам. **Методика.** В связи с тем, что для данного типа проекта его длительность – нелинейная функция длительностей работ, определить функцию распределения аналитически невозможно. Поэтому предлагается решить задачу численно, используя метод Монте-Карло. Расчеты производятся в среде процессора MS Excel, который широко используется в инженерных и экономических расчетах. **Результаты.** Для конкретного проекта разработана вероятностная имитационная модель, которая позволила определить такой конечный срок реализации проекта, который с большой вероятностью (95%) не будет превышен. Научная новизна. Показано, что можно учесть неопределенность сроков выполнения проекта, используя его имитационную модель. Тем самым можно учесть риски, связанные с выполнением проекта в целом и его частей. **Практическая значимость.** Знание надежной длительности выполнения проекта позволяет проектной организации эффективнее планировать ее работу: лучше распределять ресурсы проектировщиков, повысить их производительность.

Ключевые слова: длительность проекта, неопределенность, имитационная модель, сетевой график

СПОСІБ ПЛАНУВАННЯ ТЕРМІНУ ВИКОНАННЯ ПРОЕКТУ З УРАХУВАННЯМ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

ЯРМОЛАЄВ А. А.^{1*}, студент,
КОРХІН А. С.^{2*}, д. ф.-м. н., проф.

^{1*}Кафедра «Прикладна математика та інформаційні технології». Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 46-98-10, email: prmat@mail.pgasa.dp.ua,

^{2*} Кафедра «Прикладна математика та інформаційні технології». Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 46-98-10, email: prmat@mail.pgasa.dp.ua,

Анотація. Мета. У будь-якій задачі управління проектом важливо знати його тривалість. Вона залежить, очевидно, від тривалостей усіх робіт, які входять до складу проекту. Тривалість виконання кожної роботи для однотипних проектів може бути визначена на основі статистичних даних, якщо вони є. Проте і в цьому випадку оцінка тривалості деякої роботи як середньої величини по наявній вибірці, буде неточною. У проектах створення нових технологій є багато нестандартних робіт і в цьому випадку визначення їх тривалості значно ускладнюється. В цьому випадку доцільно використовувати представлення тривалості роботи проекту як випадкової величини. Тоді тривалість проекту буде також випадковою величиною, що відповідає реальній ситуації. Метою справжньої роботи визначається визначення інтервалу вірогідності для тривалості проекту, що дозволяє врахувати ризики при його виконанні. Ця задача розв'язується для проектів, що складаються з послідовності робіт, деякі з яких паралелі іншим роботам. **Методика.** У зв'язку з тим, що для даного типу проекту його тривалість - нелінійна функція тривалостей робіт, визначити функцію розподілу аналітично неможливо. Тому пропонується вирішити задачу чисельно, використовуючи метод Монте-Карло. Розрахунки виробляються в середовищі табличного процесора MS Excel, який широко використовується в інженерних і економічних розрахунках. **Результати.** Для

конкретного проекту розроблена імітаційна модель вірогідності, яка дозволила визначити такий кінцевий термін реалізації проекту, який з великою вірогідністю (95%) не буде перевищений. *Наукова новизна.* Показано, що можна врахувати невизначеність термінів виконання проекту, використовуючи його імітаційну модель. Тим самим можна врахувати ризики, пов'язані з виконанням проекту в цілому і його частин. *Практична значущість.* Знання надійної тривалості виконання проекту дозволяє проектній організації ефективніше планувати її роботу: краще розподіляти ресурси проектувальників, підвищити їх продуктивність.

Ключові слова: тривалість проекту, невизначеність, імітаційна модель, мережевий графік

METHOD OF DETERMINING THE DURATION OF THE PROJECT GIVEN UNCERTAINTY

YARMOLAEV A. A. ^{1*}, *student,*

KORKHIN A.S. ^{2*}, *DR. SC. (Physics and Math.), Prof.*

^{1*} Department of Applied Mathematics and Information Technologies. Pridniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture. 24-a Chernishevskogo st. 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (0562) 46-98-10, email: prmat@mail.pgasa.dp.ua,

^{2*} Department of Applied Mathematics and Information Technologies. Pridniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture. 24-a Chernishevskogo st. 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (0562) 46-98-10, email: prmat@mail.pgasa.dp.ua,

Annotation. Purpose. In any project management task, it is important to know its duration. It depends, obviously, on the duration of all the works that are part of the project. The duration of each work for similar projects can be determined on the basis of statistical data, if any. However, in this case, the estimate of the duration of some work as an average of the available sample will be inaccurate. In projects of creating new technologies, there are many non-standard works, and in this case the determination of their duration is much more complicated. In this case, it is advisable to use the representation of the duration of the project as a random variable. Then the duration of the project will also be a random variable, which corresponds to the real situation. The purpose of this work is to determine the probability interval for the duration of the project, which allows considering the risks in its implementation. This problem is solved for projects consisting of a sequence of works, some of which are parallel to other works. *The technique.* Due to the fact that for this type of project its duration is a non-linear function of the duration of work, it is analytically impossible to determine the distribution function. Therefore, it is proposed to solve the problem numerically using the Monte Carlo method. The calculations are made in the environment of the spreadsheet processor MS Excel, which is widely used in engineering and economic calculations. **Results.** For a particular project, a probabilistic simulation model has been developed, which allowed determining the project's deadline for the implementation of the project, which with a high probability (95%) will not be exceeded. Scientific novelty. It is shown that it is possible to take into account the uncertainty of the timing of the project, using its simulation model. Thus, it is possible to take into account the risks associated with the implementation of the project as a whole and its parts. *Practical value* Knowledge of the reliable duration of the project allows the project organization to plan its work more efficiently: to better distribute the resources of the designers, to increase their productivity.

Keywords: project duration, uncertainty, simulation model, a network schedule

Введение

Планирование является важной функцией управления проектами. Оно позволяет определить длительность проекта, необходимое количество материальных, трудовых и финансовых ресурсов, а также определяет возможные угрозы и возможности проекта. Процесс планирования невозможно автоматизировать, так как зачастую могут возникать ситуации, требующие пересмотра плана на определенном этапе, что может повлечь значительные изменения в нем. К основным процессам планирования можно отнести планирование содержания проекта, оценку продолжительности работ, планирование ресурсов проекта, составление бюджета. Кроме этого в планирование включает идентификацию и оценку рисков, формирование команды проекта, а также планирование качества [5]. Одним из важных процессов планирования является процесс управления сроками проекта. Именно он отвечает за своевременное завершение проекта. Определение

состава и операций, взаимосвязей между ними, оценка ресурсов и длительности каждой операции входят в процесс управления сроками проекта. При управлении сроками проекта используется сетевое планирование. Сетевые модели отражают весь комплекс операций, необходимых для достижения целей проекта, в их логической и технологической последовательности [1, 3]. С помощью сетевых моделей осуществляют оптимизацию использования ресурсов проекта, календарное планирование работ, а также организацию управления и контроля в ходе реализации проекта. В частности, сетевые модели используют для определения одной из важнейших характеристик проекта – длительности его выполнения. В большинстве современных проектов невозможно точно определить время выполнения каждой работы, входящей в сетевой график, так как они несут в себе некую уникальность, то есть не имеют аналогов, и в связи с этим длительности выполнения ряда работ, а, следовательно, и всего проекта могут определяться со значительной

ошибкой. Если учесть, что длительность проекта в значительной степени влияет на стоимость проекта, становится ясным, что использование сетевых

Анализ проблемы и метод ее решения

В настоящее время обычно для расчета выполнения длительности проекта используют известные длительности работ. На самом деле в большинстве проектов эти величины точно не известны. Следовательно, длительность выполнения проекта так же неопределенная величина. Для учета этой неопределенности можно использовать два подхода к формализации неопределенных величин.

Первый основан на идеях нечеткой математики впервые предложенных Л.Заде, который в настоящее время бурно развивается. Из него вытекает, что неопределенные длительности работ следует рассматривать как нечеткие величины, заданные своими функциями принадлежности к соответствующим нечетким множествам.

Второй подход – традиционный. Он заключается в трактовке неопределенных величин как случайных. Как известно, случайные величины полностью задаются функциями распределения вероятностей. В настоящее время теория вероятностей, которая, в частности, изучает случайные величины, достаточно хорошо разработана и широко применяется для решения различных практических задач. Поэтому в последующих выкладках будем использовать в качестве математического аппарата теорию вероятности, а именно теорию случайных величин.

Однако существует ряд трудностей, связанных с учетом случайности при определении длительности выполнения проекта. Первая трудность связана с определением функций распределений длительностей отдельных работ, входящих в состав проекта. Как правило, статистика длительностей работ в проектных организациях не ведется, поэтому будем использовать традиционный подход, состоящий в том, что считается, что длительность проекта имеет бета-распределение [4]. Его параметры можно однозначно задать тремя числами: оптимистическая, пессимистическая и наиболее вероятная. Для опытного руководителя такие числа достаточно просто указать.

Вторая трудность состоит в том, что критический путь будет меняться в зависимости от реализации случайных величин.

Оценка характеристик β -распределения длительности: a_i (пессимистическая – максимальная длительность), b_i (наиболее вероятная длительность), c_i (оптимистическая – минимальная длительность).

1. Преобразование интервала изменения длительности i -й работы к отрезку

$$T_i = \frac{t_i - c_i}{a_i - c_i} \quad (1)$$

моделей, учитывающих неопределенность в продолжительности работ, является на сегодняшний день актуальной задачей.

Вследствие указанных причин определить аналитическим путем длительности проекта достаточно сложно. Поэтому представляется перспективным для анализа сложных сетевых моделей с вероятностными продолжительностями работ использовать метод Монте-Карло [6]. Он состоит в том, что осуществляется математическое моделирование множества вариантов продолжительностей работ. Это позволяет определить среднее значение продолжительности выполнения проекта, а также вероятность того, что значение критического пути не превысит заданного значения. Данный метод имеет и недостаток: необходимость генерации большого числа реализаций случайных величин (сотни и даже тысячи).

Однако, не смотря на указанный недостаток, метод Монте-Карло, на наш взгляд, является в настоящее время универсальным средством учета неопределенности в планировании проектных работ.

Описание имитационной модели и результатов расчетов по ней

Рассмотрим решение задачи определения длительности выполнения проекта с помощью вероятностной имитационной модели на примере проектирования отделения сушки и дробления сырьевых материалов цементного завода, в которой длительности работ считаются случайными, имеющими β -распределение [2] (сетевой график показан на рис.1)

Для определения параметров β -распределения использовались пессимистическая, оптимистическая и наиболее вероятная оценки длительностей работ, которые давались проектировщиками.

Имитационная модель проекта, изображенного на рис.1 была реализована в среде MS Excel. В связи с тем, что генерация случайных чисел, имеющих β -распределение не предусмотрена в данной среде, для их выработки использовался Mathcad 14. Схема вычислений была следующей.

где T_i - длительность i -й работы после преобразования, $T_i \in [0,1]$

2. Вычисление наиболее вероятной длительности работы для интервала $[0,1]$ B_i по формуле (1), при $t_i = b_i$.

3. Вычисление параметров α_i и β_i β -распределения длительности i -й работы, приведенного к интервалу $[0,1]$

$$f(T_i) = \frac{1}{B(\alpha_i, \beta_i)} T_i^{\alpha_i - 1} (1 - T_i)^{\beta_i - 1} \quad (2)$$

где $B(a_i, \beta_i)$ - β - функция.

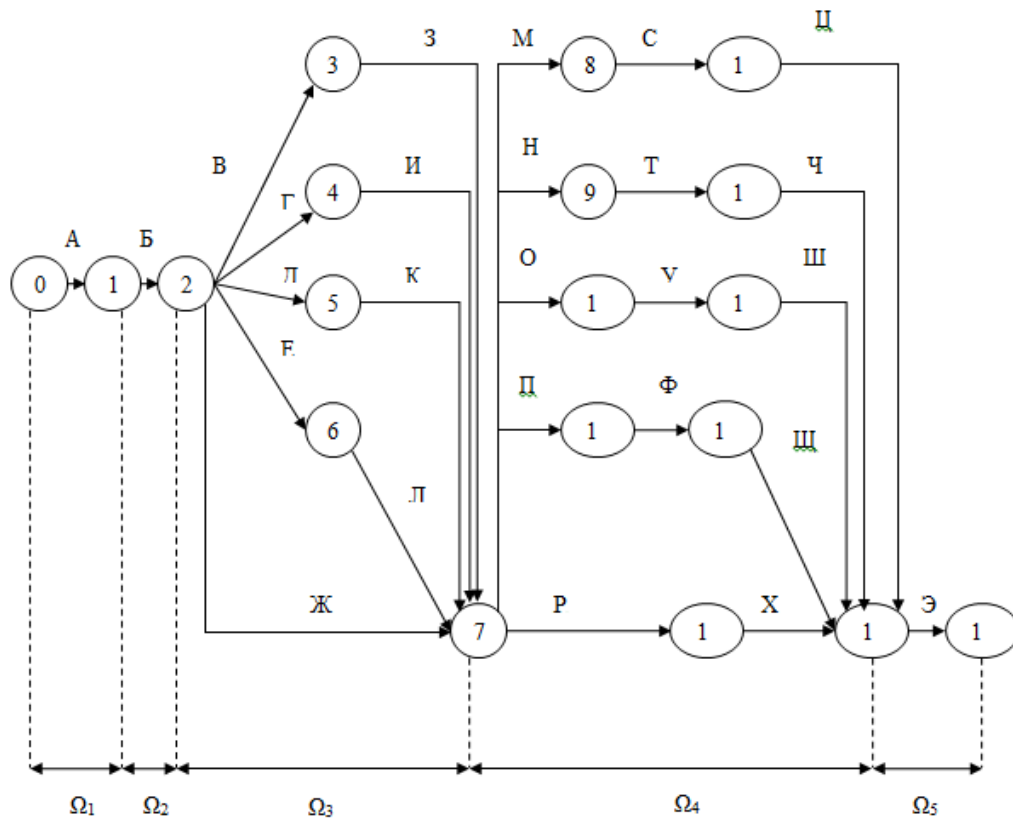


Рис.1 Сетевая модель по проектированию отделения сушки и дробления сырьевых материалов цементного завода / Network Model for Designing the Drying and Crushing of Raw Materials of a Cement Plant.

Исходные данные для расчета параметров β - распределения длительностей работ, входящих в проект, приведены в табл.

Таблица 1.

Работы проекта и их временные характеристики / Project works and their temporal characteristics

Название работы	Номер работы i	Описание работы	a_i , дни	b_i , дни	c_i , дни
А	1	Разработка Генплана	2	3	4
Б	2	разработка технологических решений	1	2	3
В	3	расчет и конструирование металлических конструкций	6	7	8
Г	4	проектирование вентиляции здания	4	5	6
Д	5	проектирование наружные водопроводные и канализационные сети	6	7	8
Е	6	подбор электрооборудования для здания	4	5	6
Ж	7	конструктивно-планировочное решение здания	7	8	9
З	8	работы ожидания	0	0	0
И	9	работы ожидания	0	0	0
К	10	работы ожидания	0	0	0
Л	11	работы ожидания	0	0	0
М	12	разработка и расчет металлоконструкций по заданию архитекторов	1	2	3

Продолжения табл. 1.

Название работы	Номер работы i	Описание работы	a_i , дни	b_i , дни	c_i , дни
Н	13	проектирование вентиляции здания и крепление воздуховодов по заданию архитекторов	3	3,5	4
О	14	проектирование внутренних сетей водопровода и канализации	1	2	3
П	15	проектирование размещения электрооборудования в цеху по заданию архитекторов	2	3	4
Р	16	расчет и проектирование железобетонных конструкций	3	4	5
С	17	проектирование размещение металла в железобетоне	17	20	23
Т	18	проектирование проемов в перекрытии для сантехнического оборудования и водоснабжения	17	20	23
У	19	проектирование проемов в перекрытиях и стенах для вентиляции цеха	17	20	23
Ф	20	проектирование железобетонных конструкций для установки электрического оборудования	17	20	23
Х	21	составление и расчет сметной стоимости архитектурных работ	2	3	4
Ц	22	составление и расчет сметной стоимости железобетонных конструкций	2	3	4
Ч	23	составление и расчет сметной стоимости вентиляционного оборудования и его установки	2	3	4
Ш	24	составление и расчет сметной стоимости водопроводных труб и сантехники	2	3	4
Щ	25	составление и расчет сметной стоимости электрического оборудования	2	3	4
Э	26	выдача документации в архив, размножение и отправка документации заказчику	1	2	3

На рис. 1 Ω_i , $i=1, \dots, M$, $M=4$.

Неизвестные параметры β - распределения α_i и β_i найдем, решив задачу оптимизации

$$\left(B_i - \frac{\alpha_i - 1}{\alpha_i + \beta_i - 2} \right)^2 \rightarrow \min, \quad \bar{T}_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_i + \beta_i} \quad (3)$$

где \bar{T}_i - неизвестное среднее значение длительности i -й работы, $\frac{\alpha_i - 1}{\alpha_i + \beta_i - 2}$ - мода распределения (2),

$\frac{\alpha_i}{\alpha_i + \beta_i}$ - среднее значение распределения (2).

В задаче (3) оптимизация производится по переменным α_i , β_i , \bar{T}_i . Величина B_i в (3) известна (определена выше).

4. Генерация случайных чисел – реализаций случайных величин T_i , $i=1, \dots, n$, где n - число работ в проекте. генерация производилась с помощью процессора Mathcad 14, функция $rbeta(\alpha_i, \beta_i, N)$, где N - число реализаций.

5. Пересчет полученных последовательностей T_i , $i=1, \dots, n$ к исходному масштабу по формуле (2): получения последовательностей t_i , $i=1, \dots, n$

6. Определение длительности критического пути по формуле

$$T = \sum_{j=1}^M \max_{i \in \Omega_j} t_i,$$

где M – количество этапов работ; j - номер этапа работы, на котором имеется множество Ω_j параллельных работ; i – номер работы; t_i – длительность i -й работы. В частном случае множество Ω_j может состоять из одного элемента. В этом случае на j -м этапе нет параллельных работ.

Были сгенерированы последовательности из $N=200$ реализаций случайных величин – длительностей выполнения работ. Для каждой реализации длительностей выполнения работ находилась длительность выполнения проекта. Таким образом, было получено 200 реализаций критического пути.

С помощью инструмента Анализа данных/Описательная статистика были найдены основные характеристики данной совокупности случайных чисел. С помощью функции ПЕРСЕНТИЛЬ в MS Excel найдено такое значение длительности критического пути, которое с вероятностью 95% не будет превышено.

Гипотеза о том, что длительность выполнения проекта подчиняется -распределению, была отвергнута в виду значимого расхождения между указанным распределением и результатами моделирования. Тогда была рассмотрена гипотеза о их соответствии нормальному закону.

Для подтверждения этой гипотезы была проведена проверка на нормальность распределения длительности критического пути с помощью критерия Пирсона.

По критерию χ^2 она была принята с высоким уровнем значимости $p=0,88$ о том, что распределение

Выводы

В данной работе рассмотрен один из важных процессов в управлении проектами – планирование. Планирование сроков проекта сталкивается с проблемой неопределенности, так как по многим причинам продолжительность работ по проекту является случайной величиной. Кратко были описаны существующие подходы к формализации неопределенных величин.

На примере работ по проектированию отделения сушки и дробления сырьевых материалов цементного завода была разработана вероятностная

длительности выполнения проекта имеет нормальное распределение. Это позволило определить квантили этого распределения порядка 0,95 и 0,9. Они имеют смысл величин, которые с вероятностью 0,95 и 0,9 не превысит длительность выполнения проекта.

имитационная модель, которая позволила определить такой конечный срок реализации проекта, который с большой вероятностью (95%) не будет превышен. Кроме этого, с помощью проведенных исследований, было доказано, что длительность всего проекта подчиняется нормальному распределению, хотя работы, входящие в проект, имеют β -распределение.

В результате выполнения работы показано, что можно учесть неопределенность сроков выполнения проектов, используя имитационную модель проекта. Тем самым можно учесть риски, связанные с выполнением проекта в целом и его частей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гольдратт Э. М. Критическая цепь = Critical Chain. / Э. М. Гольдратт – М.: Попурри, 2013. – 240 с.
2. Королук В. С. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В.С. Королук, Н.И. Портенко, А.В. Скороход, А.Ф. Турбин // М.: Наука. – 1985 – 640 с.
3. Лич Л. Вовремя и в рамках бюджета. Управление проектами по методу критической цепи = Critical Chain Project Management. / Л. Лич. – М.: Альпина Паблишер 2014. – 360 с.
4. Миллер Р. ПЕРТ – система управления / Р. Миллер Пер. с англ. – М.: Экономика, 1965. – 202 с.
5. Рижиков В. С. Проектный анализ / В.С. Рижиков, М.М. Яковенко, О.В. Латышева // К.: Центр учбової літератури. – 2007 – 384 с.
6. Mazhdrakov M. The Monte Carlo Method: Engineering Applications / Mazhdrakov Metodi, Benov Dobriyan, Valkanov Nikolai // Academic Press, 2018, p. 250.

REFERENCES

1. Goldratt E.M. *Kriticheskaya tsep = Critical Chain*. [Critical Chain = Critical Chain]. Moscow: Potpourri, 2013, 240p. (in Russian).
2. Korolyuk V.S. Portenko N.I. Skorokhod A.V. and Turbin A.F. *Spravochnik po teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistike* [Handbook of probability theory and mathematical statistics]. Moscow, Nauka, 1985, p. 640 (in Russian)
3. Lich L. *Vovremya i v ramkakh byudzheta. Upravleniye proyektami po metodu kriticheskoy tsepi = Critical Chain Project Management*. [On time and within budget. Critical Chain Project Management = Critical Chain Project Management]. Moscow, Alpina Publisher, 2014, p.360 (in Russian).
4. Miller R. *PERT – sistema upravleniya* [Control system]. Moscow, Economy, 1965, p. 202 (in Russian).
5. Ryjnikov V.S. Yakovenko M.M. and Latysheva O.V. *Proektnyy analiz* [Project analysis]. Kyiv, *Tsentr uchebnoy literatury* [Center for Educational Literature]. 2007 p. 384 (in Ukrainian).
6. Mazhdrakov Metodi, Benov Dobriyan and Valkanov Nikolai. The Monte Carlo Method: Engineering Applications Academic Press, 2018, p. 250 (in English).