

УДК 519.6:697.24

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВІТРЯНО-ВОДЯНОЇ СИСТЕМИ АВТОНОМНОГО ТЕПЛОПОСТАЧАННЯ

ЛЕВКОВИЧ О. О.<sup>1</sup>, к.ф.-м.н., доц.,  
ЧОРНОМОРЕЦЬ Г. Я.<sup>2\*</sup>, к.т.н., доц.,  
ПРОДОВ В. Ф.<sup>3\*</sup>, д.т.н, проф.

<sup>1</sup> Кафедра вищої математики, Державний вищий навчальний заклад "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (067) 562-55-89, e-mail: [levk.olga77@gmail.com](mailto:levk.olga77@gmail.com), ORCID ID: 0000-0003-2303-8661

<sup>2\*</sup> Кафедра системного аналізу та моделювання у теплогазопостачанні, Державний вищий навчальний заклад "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 756-33-49, e-mail: [ChNYa@i.ua](mailto:ChNYa@i.ua), ORCID ID: 0000-0003-4964-5785

<sup>3\*</sup> Кафедра системного аналізу та моделювання у теплогазопостачанні, Державний вищий навчальний заклад "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (056) 756-34-06, e-mail: [vfirodov@i.ua](mailto:vfirodov@i.ua), ORCID ID: 0000-0001-8772-9862

**Анотація. Мета.** Актуальним є комбінування декількох систем автономного теплопостачання. Дана стаття присвячена розробці математичної моделі для такої комбінованої повітряно-водяної системи автономного теплопостачання. **Методика.** Відома система нагріву води в об'ємі з вільною поверхнею, такий нагрів можна здійснювати в трубчастих повітряно-водяних нагрівачах. Подальший розвиток систем автономного теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами (ТГН) – це системи з ТГН, що розташовані у будівельних конструкціях. Розроблена система автономного теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами розташованими у будівельних конструкціях для повітряного опалення. Для поліпшення ефективності теплопостачання розроблена змішана повітряно-водяна система автономного теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами у будівельних конструкціях. **Результати.** Розроблена математична модель гідравлічного і теплового режимів повітряно-водяної системи автономного теплопостачання, яка представлена у вигляді звичайних диференціальних рівнянь. В її основі лежать рівняння збереження маси, руху і енергії для рухомого теплоносія - газоповітряної суміші всередині труби, рівняння переносу тепла в середині будівельної конструкції, а також рівняння тепловіддачі від зовнішньої поверхні нагрівача до середовища, що нагрівається та алгебраїчні рівняння законів Кірхгофа. За рахунок використання водяного теплоносія і циркуляції повітряного теплоносія в мережі вдається в системі теплопостачання мати теплоносії відносно невисокої температури при високій ефективності використання теплової енергії. **Наукова новизна.** Розроблено математичну модель повітряно-водяної системи автономного теплопостачання, що містить у собі диференціальні рівняння для трубчастих газових нагрівачів у будівельній конструкції та для трубчастих газових нагрівачів у водяному просторі. **Практична значимість.** Повітряно-водяна система автономного теплопостачання сприяє розширенню сфери застосування трубчастих нагрівачів та з невеликими капітальними витратами здатна забезпечити опалення приміщень. Для якісного проектування таких систем необхідно розробити математичну модель її гідравлічного і теплового режимів.

**Ключові слова:** математичне моделювання; комбінована повітряно-водяна система автономного теплопостачання; трубчасті газові нагрівачі; гідравлічний ланцюг; будівельні конструкції

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДУШНО-ВОДЯНОЙ СИСТЕМЫ АВТОНОМНОГО ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ

ЛЕВКОВИЧ О. А.<sup>1\*</sup>, к.ф.-м.н., доц.,  
ЧЕРНОМОРЕЦЬ Г. Я.<sup>2\*</sup>, к.т.н, доц.,  
ПРОДОВ В. Ф.<sup>3\*</sup>, д.т.н, проф.

<sup>1\*</sup> Кафедра высшей математики, Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепр, Украина, тел. +38 (067) 562-55-89, e-mail: [levk.olga77@gmail.com](mailto:levk.olga77@gmail.com), ORCID ID: 0000-0003-2303-8661

<sup>2\*</sup> Кафедра системного анализа и моделирования в теплогазоснабжение, Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепр, Украина, тел. +38 (056) 756-33-49, e-mail: [ChNYa@i.ua](mailto:ChNYa@i.ua), ORCID ID: 0000-0003-4964-5785

<sup>3\*</sup> Кафедра системного анализа и моделирования в теплогазоснабжение, Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепр, Украина, тел. +38 (056) 756-34-06, e-mail: [vfirodov@i.ua](mailto:vfirodov@i.ua), ORCID ID: 0000-0001-8772-9862

**Аннотация. Цель.** Актуальным является комбинирование нескольких систем автономного теплоснабжения. Данная статья посвящена разработке математической модели для такой комбинированной воздушно-водяной системы автономного

теплоснабжения. **Методика.** Известная система нагрева воды в объеме со свободной поверхностью, такой нагрев можно осуществлять в трубчатых воздушно-водяных нагревателях. Дальнейшее развитие систем автономного теплоснабжения с трубчатыми газовыми нагревателями (ТГН) - это системы с ТГН, расположенные в строительных конструкциях. Разработанная система автономного теплоснабжения с трубчатыми газовыми нагревателями, расположенными в строительных конструкциях для воздушного отопления. Для увеличения эффективности теплоснабжения разработана смешанная воздушно-водяная система автономного теплоснабжения с трубчатыми газовыми нагревателями в строительных конструкциях. **Результаты.** Разработана математическая модель гидравлического и теплового режимов воздушно-водяной системы автономного теплоснабжения, которая представлена в виде обыкновенных дифференциальных уравнений. В ее основе лежат уравнения сохранения массы, движения и энергии для подвижного теплоносителя - газозвушной смеси внутри трубы, уравнения переноса тепла в середине строительной конструкции, а также уравнения теплоотдачи от внешней поверхности нагревателя к нагреваемой среде и алгебраические уравнения законов Кирхгофа. За счет использования водяного теплоносителя и циркуляции воздушного теплоносителя в сети удастся в системе теплоснабжения иметь теплоноситель относительно невысокой температуры при высокой эффективности использования тепловой энергии. **Научная новизна.** Разработана математическая модель воздушно-водяной системы автономного теплоснабжения, которая включает в себя дифференциальные уравнения для трубчатых газовых нагревателей в строительной конструкции и для трубчатых газовых нагревателей в водном пространстве. **Практическая значимость.** Воздушно-водяная система автономного теплоснабжения способствует расширению сферы применения трубчатых нагревателей и с небольшими капитальными затратами способна обеспечить отопление помещений. Для качественного проектирования таких систем необходимо разработать математическую модель ее гидравлического и теплового режимов.

**Ключевые слова:** математическое моделирование; комбинированная воздушно-водяная система автономного теплоснабжения; трубчатые газовые нагреватели; гидравлическая цеп; строительные конструкции

## MATHEMATICAL MODELING FOR AIR-WATER SYSTEM AUTONOMOUS HEAT SUPPLY

LEVKOVYCH O. O.<sup>1\*</sup>, *Cand. Sc. (Ph.-mat.), Associate Prof.*,  
CHORNOMORETS H. Ya.<sup>2\*</sup>, *Cand. Sc. (Tech.), Associate Prof.*,  
IRODOV V. F.<sup>3\*</sup>, *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*

<sup>1\*</sup> Department of Higher Mathematics, State Higher Education Establishment "Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-A, Chernishevskogo str., Dnipro 49600, Ukraine, phon. +38 (067) 562-55-89, e-mail: [levk.olga77@gmail.com](mailto:levk.olga77@gmail.com), ORCID ID: 0000-0003-2303-8661

<sup>2\*</sup> Department of System Analysis and Modeling in Heat and Gas Supply, State Higher Education Establishment "Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-A, Chernishevskogo str., Dnipro 49600, Ukraine, phon. +38 (056) 756-33-49, e-mail: [ChHYa@i.ua](mailto:ChHYa@i.ua), ORCID ID: 0000-0003-4964-5785

<sup>3\*</sup> Department of System Analysis and Modeling in Heat and Gas Supply, State Higher Education Establishment "Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-A, Chernishevskogo str., Dnipro 49600, Ukraine, phon. +38 (056) 756-34-06, e-mail: [vfirodov@i.ua](mailto:vfirodov@i.ua), ORCID ID: 0000-0001-8772-9862

**Abstract. Purpose.** Actual is the combination of several autonomous heat supply systems. This article is devoted to the development of a mathematical model for such a combined air-water system of autonomous heat supply. **Methodology.** A well-known system for heating water in a volume with a free surface, such heating can be carried out in tubular air-water heaters. Further development of autonomous heat supply systems with tubular gas heaters (TGN) is a system of TGN located in building structures. The system of autonomous heat supply with tubular gas heaters located in construction constructions for air heating is developed. To increase the efficiency of heat supply, a mixed air-water system of autonomous heat supply with tubular gas heaters in building structures has been developed. **Findings.** A mathematical model of the hydraulic and thermal regimes of the air-water system of autonomous heat supply, which is presented in the form of ordinary differential equations, is developed. It is based on the equations of conservation of mass, motion and energy for the mobile coolant-the gas-air mixture inside the pipe, the heat transfer equation in the middle of the construction structure, as well as the heat transfer equations from the external surface of the heater to the heated medium and the algebraic equations of Kirchhoff's laws. Due to the use of the water coolant and the circulation of the air coolant in the network, it is possible in the heat supply system to have a coolant relative to a low temperature with high efficiency of using thermal energy. **Originality.** The mathematical model of the air-water system of autonomous heat supply is developed, which includes the differential equations for tubular gas heaters in the construction design and for tubular gas heaters in the water space. **Practical value.** The air-water system of autonomous heat supply contributes to the expansion of the scope of tubular heaters and, with low capital expenditures, can provide heating of premises. For qualitative design of such systems it is necessary to develop a mathematical model of its hydraulic and thermal modes.

**Keywords:** mathematical modelling; combined air-water system of autonomous heat supply; tube gas heaters; hydraulic circuit; building structures

### Введення

На даний час актуальним є комбінування декількох систем автономного теплопостачання.

Відома система нагріву води в об'ємі з вільною поверхнею, такий нагрів можна здійснювати в трубчастих повітряно-водяних нагрівачах [1]. У роботі [2] розроблена математична модель, метод чисельного моделювання та загальний алгоритм розрахунку параметрів роботи трубчастих газових нагрівачів, що забезпечують безпечний нагрів води в об'ємі з вільною поверхнею. Відома розроблена система автономного теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами (ТГН) розташованими у будівельних конструкціях для повітряного опалення [6]. Для збільшення ефективності теплопостачання розроблена змішана повітряно-водяна система автономного теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами у будівельних конструкціях. Дана стаття присвячена розробці математичної моделі для повітряно-водяної системи теплопостачання.

### Мета

Для проектування і конструювання повітряно-водяної системи автономного теплопостачання необхідно розробити математичну модель.

Метою даної статті є розробка математичної моделі повітряно-водяної системи автономного теплопостачання як гідравлічного ланцюга з розподіленими параметрами.

### Методика

Трубчасті газові нагрівачі всередині опалювальних приміщень - це система автономного теплопостачання, яка водночас забезпечує транспорт і розподіл повітряного теплоносія, а також виконує функції опалювальних приладів [1-7]. Подальший розвиток систем автономного теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами (ТГН) – це системи з ТГН, що розташовані у будівельних конструкціях (у підлозі, стелі, стінах) це перехід до нових систем повітряного опалення. У роботі [6] розроблені математичні моделі, розв'язані задачі аналізу та синтезу системи автономного теплопостачання з ТГН у будівельних конструкціях для повітряного опалення.

Комбінована повітряно-водяна система автономного теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами у будівельних конструкціях дозволяє розширити сферу їх застосування (рис. 1).

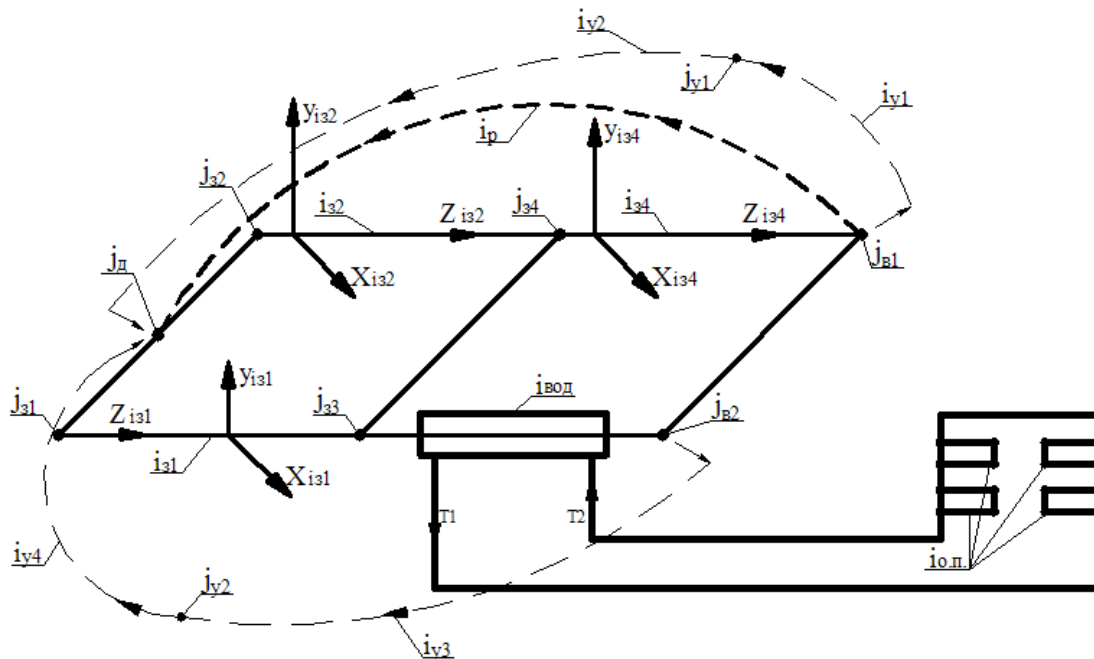


Рис. 1. Повітряно-водяна система автономного теплопостачання: /

$x_i$  та  $y_i$  – координати у перетині будівельної конструкції;  $z_i$  – координата по довжині нагрівача;  $j_d$  – вузол джерела;  $j_s$  – вузол з'єднань;  $j_e$  – вузол витоків;  $j_y$  – вузол умовної ділянки;  $i_z$  – ділянка з'єднань;  $i_y$  – умовна ділянка;  $i_p$  – ділянка рециркуляції;  $i_{вод}$  – ділянка підігріву води;  $i_{o.n.}$  – ділянка опалювальних приладів; T1 – трубопровід подачі води; T2 – зворотній трубопровід. /

Air-water system autonomous heat supply:

$x_i$  та  $y_i$  – coordinates of the intersection building structure;  $z_i$  – coordinate along the length of the heater;  $j_d$  – node of the source;  $j_s$  – node of the connections;  $j_e$  – node of the leakage;  $j_y$  – node of the conditional area;  $i_z$  – area of the connections;  $i_y$  – conditional area;  $i_p$  – area of the recirculation;  $i_{вод}$  – area of water heating;  $i_{o.n.}$  – area of heating devices;

T1 – pipeline of the water supply; T2 – reverse pipeline.

Прототипом системи нагріву води в об'ємі з вільною поверхнею став жаротрубний котел, у якого жарова труба розташована у водяному об'ємі, що нагрівається від зовнішньої поверхні жарової труби, по якій проходять продукти згорання, віддають тепло і після охолодження видаляються на зовні. З точки зору безпеки не бажаним є наявність закритого водяного об'єму. За рахунок використання не закритого, а відкритого об'єму води, який нагрівається принципово не може утворюватися підвищений тиск у водяному об'ємі.

Дана повітряно-водна система автономного теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами має особливість – це наявність трубчастих газових нагрівачів розташованих у будівельних конструкціях, а також трубчастих газових нагрівачів типу «повітря-вода», що нагрівають воду як теплоносії для водяного теплопостачання.

Значною особливістю при моделюванні повітряно-водної системи теплопостачання є теплообмінні процеси від зовнішньої поверхні труби у водяний простір.

Для конструювання та розрахунків теплового і гідравлічного режиму системи теплопостачання типу «повітря-вода» можна, безумовно, використовувати наукові результати дослідження конструювання жаротрубних газових котлів.

Будемо вважати, що тепловий та гідродинамічний режими роботи досліджуваного нагрівача стаціонарні і залежать від однієї поздовжньої по довжині нагрівача координати  $z$ , через будівельну конструкцію – двомірні по координатам  $x$  та  $y$ . Спираючись на результати моделювання трубчастих нагрівачів повітряно-променевого опалення з урахуванням зазначених відмінностей, математичну модель даного нагрівача можна уявити в вигляді системи наступних рівнянь.

**Розглядаються наступні умови для повітряно-водної системи автономного теплопостачання:**

**Перший та другий закони Кірхгофа** у матричній формі:

$$\begin{cases} A \cdot V + Q = 0 \\ B \cdot H = 0 \end{cases} \quad (1)$$

**Рівняння втрат тиску по ділянкам:**

$$H + \bar{A} \cdot \bar{P} = 0 \quad (2)$$

де:  $A, B$  – матриця з'єднаній та контурів ланцюга відповідно;  $V = \{v_i\}$  – вектор масових витрат по ділянкам,  $i = \overline{1, n}$ ;  $Q = \{q_j\}$  – вектор масових вузлових витрат,  $j = \overline{1, m}$ ;  $\bar{P} = \{P_j\}$  – вектор втрат тиску у вузлах,  $j = \overline{1, m}$ ;  $H = \{h_i\}$  – вектор втрат тиску по ділянкам,  $i = \overline{1, n}$ .

**Втрати тиску на  $i$ -й ділянці:**

$$h_i = \int_0^{l_i} dP_i \cdot dz_i \quad (3)$$

де:  $z_i$  – довжина  $i$ -ї ділянки.

**Перепад тиску по ділянкам** в залежності від витрати  $v_i$ , температури  $T_i$ , густини  $\rho_i$  та швидкості  $w_i$ :

$$dP_i(z_i) = \psi_i(v_i, T_i(z_i), \rho_i(z_i), w_i(z_i), dT_i, d\rho_i, dw_i) \quad (4)$$

де:  $v_i$  – витрата теплоносія в середині каналу на  $i$ -й ділянці;  $w_i(z_i)$  – швидкість руху в середині каналу на  $i$ -й ділянці;  $T_i(z_i)$  – температура в середині каналу на  $i$ -й ділянці;  $\rho_i(z_i)$  – густина теплоносія в середині каналу на  $i$ -й ділянці.

**Рівняння балансу енергії для вузлів ланцюга:**

$$\sum_{i \in I_{\text{вход}}} v_i(l_i) \cdot C_{P_i} T_i(l_i) = \sum_{i \in I_{\text{виход}}} v_i(0) \cdot C_{P_i} T_i(0), j \in J \quad (5)$$

де:  $I_{\text{вход}}$  – множина ділянок, що входять до вузла  $j$ ;  $I_{\text{виход}}$  – множина ділянок, що виходять з вузла  $j$ ;  $C_{P_i}$  – теплоємність при постійному тиску газоповітряної суміші, Дж/кг °С.

**Обмеження** на допустимі значення швидкості та температури відповідно:

$$w_i(z_i) \leq w_i^{\text{дон}}(z_i) \quad (6)$$

$$T_i(z_i) \leq T_i^{\text{дон}}(z_i) \quad (7)$$

де:  $w_i^{\text{дон}}(z_i)$  – допустима швидкість руху в середині каналу на  $i$ -й ділянці, м/с;  $T_i^{\text{дон}}(z_i)$  – допустима температура в середині каналу на  $i$ -й ділянці, °С.

**Математична модель ділянки повітряно-водної системи автономного теплопостачання:**

**Рівняння збереження маси:**

$$M = \rho w F = \text{const} \quad (8)$$

**Рівняння стану** газоповітряної суміші у вигляді рівняння стану ідеального газу:

$$p = \rho R T \quad (9)$$

**Рівняння руху** газоповітряної суміші всередині каналу:

$$dp = -\frac{A}{D} \cdot \rho \cdot \frac{w^2}{2} \cdot dz_i + (\rho_a - \rho) \cdot g \cdot dh \quad (10)$$

**Рівняння теплового балансу** для елементарної ділянки каналу трубчастого нагрівача довжиною  $dz_i$  у даному перетині.

Тепловий потік від газоповітряної суміші до стінки каналу, переданий конвекцією та випромінюванням, Вт:

$$dQ_1 = \Pi_i dz_i \alpha_{\Sigma i} (T - T_{wi}) \quad (11)$$

Зміна теплової енергії потоку газоповітряної суміші, що рухається:

$$d(\rho \cdot w F c_p T) = -dQ_1 \quad (12)$$

**Розподіл тепла у будівельній конструкції** представлено рівнянням теплопровідності з відповідними граничними умовами у вигляді:

$$\frac{\partial^2 T_w}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 T_w}{\partial y_i^2} = 0 \quad (13)$$

**Граничні умови** для (13) мають вигляд:

$$\alpha_{\Sigma i} (T - T_{wi}) = -\lambda \left( \frac{\partial T_w}{\partial n} \right)_{wi} \text{ при } (x_i, y_i) \in wi \quad (14)$$

$$-\lambda \left( \frac{\partial T_w}{\partial n} \right)_{we} = \alpha_{\Sigma e} (T_{we} - T_o) \text{ при } (x_i, y_i) \in we \quad (15)$$

Тепловий потік від поверхні будівельної конструкції в навколишнє середовище опалювального приміщення та від поверхні труби в оточуючий водяний простір, переданий конвекцією та випромінюванням, Вт:

$$dQ_2 = \Pi_e dz_i \alpha_{\Sigma e} (T_{we} - T_o) \quad (16)$$

Для стаціонарного теплового режиму:

$$dQ_1 = dQ_2 \quad (17)$$

**Математична модель умовної ділянки витяжного вентилятора:**

$$\Delta P_a = \Phi(M) \quad (18)$$

За другим законом Кірхгофа алгебраїчна сума втрат тиску у замкненому контурі дорівнює нулю:

$$\int dp(z_i) \cdot dz_i + \sum \Delta P_j(M) - \Delta P_a(M) = 0 \quad (19)$$

де:  $\rho$  – щільність газоповітряної суміші,  $\text{кг/м}^3$ ;  $w$  – середня лінійна швидкість руху газоповітряної суміші всередині каналу,  $\text{м/с}$ ;  $F$  – площа поперечного перерізу каналу,  $\text{м}^2$ ;  $p$  – абсолютний тиск газоповітряної суміші в даному перетині каналу, Па;  $T$  – абсолютна температура газоповітряної суміші в даному перетині каналу,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $R$  – газова постійна, залежна від складу газоповітряної суміші після повного згоряння горючого газу,  $\text{Дж/кг}^{\circ}\text{C}$ ;  $dp$  – перепад тиску газоповітряної суміші у каналі на ділянці довжиною  $dz_i$ ;  $\lambda$  – коефіцієнт тертя;  $D$  – внутрішній еквівалентний діаметр каналу, м;  $(\rho_a - \rho) \cdot g \cdot dh$  – втрати тиску на самотягу;  $\rho_a$  – щільність зовнішнього повітря,  $\text{кг/м}^3$ ;

$g$  – прискорення вільного падіння,  $\text{м/с}^2$ ;  $dh$  – довжина ділянки димаря, м;  $\Pi_i$  – внутрішній периметр каналу, м;  $\alpha_{\Sigma i}$  – ефективний коефіцієнт тепловіддачі (конвективний та променистий) від потоку газоповітряної суміші до стінки каналу,  $\text{Вт/м}^2 \text{ } ^{\circ}\text{C}$ ;  $T_{wi}$  – температура внутрішньої поверхні стінки каналу в даному перетині,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $T_w$  – температура всередині будівельної конструкції,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності матеріалу,  $\text{Вт/м}^{\circ}\text{C}$ ;  $T_{we}$  – температура зовнішньої поверхні стінки випромінюючого каналу,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $T_o$  – абсолютна температура навколишнього середовища в опалювальному приміщенні,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $\alpha_{\Sigma e}$  – ефективний коефіцієнт тепловіддачі (конвективний та променистий) від зовнішньої поверхні в оточуюче середовище – у повітряний або у водяний простір,  $\text{Вт/м}^2 \text{ } ^{\circ}\text{C}$ ;  $\left( \frac{\partial T_w}{\partial n} \right)_{wi}$ ,  $\left( \frac{\partial T_w}{\partial n} \right)_{we}$  – проекція градієнта

температури за напрямком нормалі від потоку газоповітряної суміші до стінки каналу та від зовнішньої поверхні будівельної конструкції в опалювальний простір відповідно;  $\Pi_e$  – зовнішній периметр каналу, м;  $\Delta P_a$  – активний напір вентилятора, Па;  $\Phi$  – відома функція для обраної пари «вентилятор-електродвигун»;  $dp(z_i) \cdot dz_i$  – розподіл тиску на ділянці трубчастого нагрівача;  $\sum \Delta P_j(M)_i$  – сума втрат тиску в місцевих опорах по шляху руху газоповітряної суміші;  $M$  – загальна витрата газоповітряної суміші,  $\text{кг/м}^3$ ;  $x_i$  та  $y_i$  – лінійні координати у перетині.

## Результати

Розроблена математична модель (1) – (19) гідравлічного і теплового режимів повітряно-водяної системи автономного теплопостачання, яка представлена у вигляді звичайних диференціальних рівнянь. В її основі лежать рівняння збереження маси, руху і енергії для рухомого теплоносія – газоповітряної суміші всередині труби, рівняння переносу тепла в середині будівельної конструкції а також рівняння тепловіддачі від зовнішньої поверхні нагрівача до середовища, що нагрівається. Вхідні в математичну модель теплофізичні параметри можуть бути обчислені на підставі відомих співвідношень і довідкових даних.

## Наукова новизна і практична значимість

Розроблено математичну модель повітряно-водяної системи автономного теплопостачання, що містить у собі диференціальні рівняння для трубчастих газових нагрівачів у будівельній конструкції та для трубчастих газових нагрівачів у водяному просторі.

**Висновки**

Математична модель гідравлічного і теплового режимів повітряно-водяної системи автономного

теплопостачання дозволить якісно проектувати і конструювати таку комбіновану систему.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Дудкін К. В. Підвищення ефективності та безпеки систем теплопостачання теплиць з трубчастими газовими нагрівачами: дис. кандидата техн. наук : 05.23.03 / Дудкін Костянтин В'ячеславович ; Харків. нац. ун-т буд-ва та архітектури. – Харків, 2014. – 161 с.
2. Дудкин К. В. Математическое моделирование трубчатых газовых нагревателей для безопасного нагрева воды в объеме со свободной поверхностью / К. В. Дудкин, В. В. Ткачева, Ю. В. Бобырь // Строительство, материаловедение, машиностроение: сб. науч. тр. Приднепр. гос. акад. стр-ва и архитектуры ; под общ. ред. В. И. Большакова, Серия «Безопасность жизнедеятельности». – Днепропетровск, 2011. – Вып. 62. – С. 166–170. –
3. Иродов В. Ф. Математическое моделирование и расчет инфракрасного трубчатого газового обогревателя / В. Ф. Иродов, Л. В. Солод // Строительство, материаловедение, машиностроение : сб. науч. тр. / Приднепров. гос. акад. стр-ва и архитектуры ; под общ. ред. В. И. Большакова. Серия «Безопасность жизнедеятельности». – Днепропетровск, 2010. – Вып. 52, ч. 1. – С. 130–132.
4. Многоконтурные трубчатые газовые нагреватели как средства повышения безопасности воздушно-лучистого отопления / К.В. Дудкин, Ю.В. Хацкевич, Л.В. Солод, Г.Я. Черноморец // Строительство, материаловедение, машиностроение : сб. науч. тр. / Приднепров. гос. акад. стр-ва и архитектуры ; под общ. ред. В. И. Большакова. Серия «Безопасность жизнедеятельности». – Днепропетровск, 2011. – Вып. 62. – С. 161–165.
5. Черноморець Г. Я. Математичне моделювання трубчастих газових нагрівачів, розташованих у будівельних конструкціях / Г. Я. Черноморець, В. Ф. Іродов // Науковий вісник будівництва : зб. наук. пр. / Харків. нац. ун-т буд-ва та архітектури. – Харків, 2012. – Вип. 68. – С. 395–399.
6. Черноморець Г. Я. Моделі і методи аналізу та синтезу трубчастих газових нагрівачів у будівельних конструкціях : дис. кандидата техн. наук : 01.05.02 / Черноморець Галина Яківна ; Придніпров. держ. акад. буд-ва та архітектури. – Дніпро, 2017. – 159 с.
7. Taler D. Mathematical modeling of tube heat exchangers with complex flow arrangement / D. Taler, M. Trojan, J. Taler // Chemical and process engineering. – Cracow, 2011. – Vol. 32, issue 1. – pp. 7-19.

**REFERENCES**

1. Dudkin K.V. *Pidvyshchennia efektyvnosti ta bezpeky system teplopostachannia teplyts z trubchastymy hazovymy nahrivachamy* Cand. Diss. [Improvement of efficiency and safety of heat supply systems for greenhouses with tube gas heaters. Cand. Diss.]. Kharkiv, 2014. 161 p. (in Ukrainian).
2. Dudkin K.V., Tkacheva V.V. and Bobyr Ju.V. *Matematicheskoe modelirovaniye trubchatykh gazovykh nagrevatelyj dlia bezopasnogo nagreva vody v obeme so svobodnoy poverkhnosti* [Mathematical modeling of tube gas heaters for safe water heating in the free-surface volume]. *Stroitelstvo, materialovedeniye, mashinostroeniye : Sb. nauch. trudov* [Construction, materials science, mechanical engineering : Coll. scientific. works], Dnepr, 2011, issue 62, pp. 166–170. (in Russian).
3. Irodov V.F. and Solod L.V. *Matematicheskoe modelirovaniye i raschet infrakrasnogo trubchatogo gazovogo obogrevatelja* [Mathematical modeling and calculation of tube infrared gas heater]. *Stroitelstvo, materialovedeniye, mashinostroeniye : Sb. nauch. trudov* [Construction, materials science, mechanical engineering : Coll. scientific. works], Dnepr, 2010, issue 52, pp. 130–132. (in Russian).
4. Dudkin K.V., Hatskevich Ju.V., Solod L.V. and Chernomorets G.Ja. *Mnogokonturnyye trubchatyye gazovyye nagrevatelyi kak sredstva povysheniya bezopasnosti vozdušno-luchistogo otopleniya* [Multiloop tube gas heaters as a means of improving the safety radiant heating]. *Stroitelstvo, materialovedeniye, mashinostroeniye : Sb. nauch. trudov* [Construction, materials science, mechanical engineering : Coll. scientific. works], Dnepr, 2011, issue 62, pp. 161–165. (in Russian).
5. Chornomorets H.Ya. and Irodov V.F. *Matematychno modeliuвання trubchastykh hazovykh nahrivachiv, roztashovanykh u budivelnykh konstrukttsiiakh* [Mathematical modeling tube gas heaters located in building structures]. *Naukovyy visnyk budivnytstva : Zb. nauk. prats* [Scientific Bulletin construction: Coll. Science works], Kharkiv, 2012, issue 68, pp. 395–399. (in Ukrainian).
6. Chornomorets H.Ya. *Modeli i metody analizu ta syntezu trubchastykh hazovykh nahrivachiv u budivel'nykh konstrukttsiyakh* Cand. Diss. [Models and methods of analysis and synthesis gas tube heaters in building structures. Cand. Diss.]. Dnipro, 2017, 159 p. (in Ukrainian).
7. Taler D., Trojan M. and Taler J. *Mathematical modelling of tube heat exchangers with complex flow arrangement*. *Chemical and Process Engineering*. Cracow, Poland, 2011, pp. 7–19. (in English).