

УДК 622.271.33

DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.221019.84.526

## ОЦІНКА ТРІЩИНУВАТОСТІ ГІРСЬКОГО МАСИВУ ЧЕРЕЗ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ФРАКТАЛЬНОЇ РОЗМІРНОСТІ ТРІЩИН

РОМАНЕНКО А. О.<sup>1</sup>

КУШНІР Є. Г.<sup>2\*</sup>, к. т. н., доц.,

ОСТАПЧУК А. О.<sup>3</sup>, студ.

<sup>1</sup> ПАТ «ЦГЗК», Кривий Ріг, Україна, тел. +38 (0564) 409-63-43, email: [alexrom14@mail.ru](mailto:alexrom14@mail.ru), ORCID ID: 0000-0002-8381-8873.

<sup>2\*</sup> Кафедра опалення, вентиляції та якості повітряного середовища, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 756-34-92, email: [kushnir@mail.pgasa.dp.ua](mailto:kushnir@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0003-3395-7784

<sup>3</sup> Кафедра опалення, вентиляції та якості повітряного середовища, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (095) 35-12-574, email: [anga91114@gmail.com](mailto:anga91114@gmail.com), ORCID ID: 0000-0001-9650-1595

**Анотація.** *Мета статті* — оцінювання тріщинуватості на основі методу визначення фрактальної розмірності скельного масиву на прикладі Інгулецького кар'єру. *Виклад основного матеріалу.* Для виконання досліджень обрано ділянки бортів кар'єру, максимально відмінні за фактором тріщинуватості, що зумовлено застосуванням різних методів виставлення на контури масиву під час ведення гірничих робіт. Описано сутність методу фрактального підходу та його використання для вирішення задач геомеханіки, а саме: для оцінювання тріщинуватості гірського масиву через визначення фрактальної розмірності тріщин на борту кар'єру. Розглянуто найбільш типові механізми руйнування масиву (різні методи підривання) та на їх основі проведено розрахунок фрактальної розмірності тріщин у масиві гірських порід. Побудовано графіки залежності структурного ослаблення масиву від його фрактальної розмірності за різних значень масштабного коефіцієнта. *Наукова новизна* отриманих результатів полягає в уточненні коефіцієнта структурного ослаблення масиву шляхом визначення фрактальної розмірності масиву. *Висновки.* Порівняння отриманих результатів із даними розрахунків коефіцієнта структурного ослаблення без урахування фрактальної розмірності для ділянок бортів Інгулецького кар'єру, отриманими традиційним способом, показує, що метод розрахунків коефіцієнта структурного ослаблення з урахуванням фрактальної розмірності дозволяє уточнити його величину на 5...10 %. Крім того, співставлення отриманих значень коефіцієнта структурного ослаблення показали, що традиційний метод контурного підривання не дає істотного збільшення (усього на 7,1 %) ступеня порушення законтурного масиву порівнянно з його природною тріщинуватістю.

**Ключові слова:** вибухові роботи; тріщинуватість; оцінювання; фрактальна розмірність; коефіцієнт структурного ослаблення

## ОЦЕНКА ТРЕЩИНОВАТОСТИ ГОРНОГО МАССИВА С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ ТРЕЩИН

РОМАНЕНКО А. А.<sup>1</sup>,

КУШНИР Е. Г.<sup>2\*</sup>, к. т. н., доц.,

ОСТАПЧУК А. О.<sup>3</sup>, студ.

<sup>1</sup> ПАО «ЦГОК», Кривой Рог, Украина, тел. +38 (0564) 409-63-43, email: [alexrom14@mail.ru](mailto:alexrom14@mail.ru), ORCID ID: 0000-0002-8381-8873

<sup>2\*</sup> Кафедра отопления, вентиляции и качества воздушной среды, Государственное высшее учебное заведение «Приднiпровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днiпро, Украина, тел. +38 (0562) 756-34-92, email: [kushnir@mail.pgasa.dp.ua](mailto:kushnir@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0003-3395-7784

<sup>3</sup> Кафедра отопления, вентиляции и качества воздушной среды, Государственное высшее учебное заведение «Приднiпровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днiпро, Украина, тел. +38 (095) 35-12-574, email: [anga91114@gmail.com](mailto:anga91114@gmail.com), ORCID ID: 0000-0001-9650-1595

**Аннотация.** *Целью* данной *статьи* является оценка трещиноватости методом определения фрактальной размерности скального массива на примере Ингулецкого карьера. *Изложение основного материала.* Для выполнения исследований были выбраны участки бортов карьера, максимально отличные по фактору трещиноватости, что обусловлено применением разных методов при ведении горных работ. Описана сущность метода фрактального подхода и его использования для решения задач геомеханики, а именно: для оценки трещиноватости горного массива через определение фрактальной размерности трещин на борту карьера. Рассмотрены наиболее типичные механизмы разрушения массива (разные методы взрывания) и на их основе проведен расчет фрактальной размерности трещин в массиве горных пород. Отстроены графики зависимостей структурного ослабления массива от его фрактальной размерности при разных значениях масштабного

коэффициента. **Научная новизна** полученных результатов заключается в уточнении коэффициента структурного ослабления массива путем определения фрактальной размерности трещин в массиве. **Выводы.** Сравнение полученных результатов с данными расчетов коэффициента структурного ослабления без учета фрактальной размерности для участков бортов Ингулецкого карьера, рассчитанными традиционным способом, показывает, что использование метода расчетов коэффициента структурного ослабления с учетом фрактальной размерности позволяет уточнить его величину на 5...10 %. Кроме того, сопоставление полученных значений коэффициента структурного ослабления показало, что использование традиционного метода контурного подрывания не приводит к существенному увеличению (всего на 7,1 %) степени нарушения законтурного массива по сравнению с его природной трещиноватостью.

**Ключевые слова:** взрывные работы; трещиноватость; оценка; фрактальная размерность; коэффициент структурного ослабления

## ESTIMATION OF MOUNTAIN RANGE CRACKS THROUGH THE METHOD OF CRACKS FRACTAL DIMENSION DETERMINATION

ROMANENKO A.O.<sup>1</sup>,  
KUSHNIR Ye.H.<sup>2\*</sup>, *Cand. Sc. (Tech.), Ass. Prof.*,  
OSTAPCHUK A.O.<sup>3</sup>, *Stud.*

<sup>1</sup> Mine deformation surveyor engineer, PJSC "Central GOK", Kryvyi Rih, Ukraine, tel. 38 (0564) 409-63-43, email: alexrom14@mail.ru, ORCID ID: 0000-0002-8381-8873.

<sup>2\*</sup> Department of heating, ventilation and air quality, State Higher Educational Institution "Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-A, Chernyshevskoho St., 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (0562) 756-34-92, email: kushnir@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-3395-7784

<sup>3</sup> Department of heating, ventilation and air quality, State Higher Educational Institution "Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-A, Chernyshevskoho St., 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (095) 35-12-574, email: anga91114@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-9650-1595

**Abstract.** *The purpose of this article* is to estimate fracture-based method for the determination of rock mass fractal dimension on the example of Inguletsquarry. **Statement of the main material.** For research plots of maximum pit were selected as excellent for the factor fracture due to use estimation by the different methods the outline of the boardside in the conduct of mining operations. Described the essence of the fractal approach method and its use for solving problems of geomechanics, namely: to evaluate the fracture of the mountain massif via the determination of the fractal dimension of the cracks at the open pit. The most typical failure mechanisms in the massif (referring to the different methods of blasting) and based on the calculation of the fractal dimension of the cracks, which are located in the rocks. Built dependency graphs of the rock massif structural weakening from its fractal dimension for different values of the scale factor. **The scientific novelty** of the obtained results lies in the specification of the rock massif structural weakening coefficient by determining the fractal dimension of the board. **Conclusion:** the results of the work are based on the following statement: comparison of the obtained results with the data of calculations of the structural weakening coefficient without taking into account the fractal dimension for the areas of the sides Inhulets quarry is designed in the traditional way shows that the use of the method of calculation structural weakening coefficient, given the fractal dimension allows to specify its value by 5...10 %. Comparisons of the obtained values of the coefficient of structural weakening showed that the use of the traditional method of contour blasting does not lead to a significant increase. The degree of violation of the contour array compared to its natural fracture (increased by 7.1 %).

**Keywords:** *blasting; fracture; estimation; fractal dimension; coefficient of structural weakening*

**Вступ.** Стаття присвячена одному з напрямків розвитку в галузі геомеханіки, а саме – виявленню та оцінюванню тріщинуватості гірських порід у скельних масивах та визначенню її впливу на загальну стійкість борту кар'єру. Визначення тріщинуватості базується на визначенні фрактальної розмірності тріщин у масиві на основі аналізу зображень виконаних масштабних фотознімків.

Саме визначення фрактала ввів Бенуа Мандельброт у 70-х роках ХХ століття. Термін від латинського «fractus» означає,

відповідно до дієслова «frangere» – ламати, розділяти на частини. Тобто фрактал – це множина, частини якої подібні до цілого. Фрактальна геометрія, один з інструментів теорії хаосу, використовується для вивчення феноменів, які є хаотичними лише з точки зору евклідової геометрії та лінійної математики. Фрактальний аналіз викликав революцію в характері досліджень, що ведуться в незчисленній кількості різних галузей науки: метеорології, медицині, геології, економіці, метафізиці. Разом із квантовою механікою і теорією відносності,

це новий науковий світ, що колись відкрив Галілей.

**Мета** статті – оцінювання тріщинуватості на основі методу визначення фрактальної розмірності скельного масиву на прикладі Інгuleцького кар'єру.

**Наукова новизна** отриманих результатів полягає в уточненні коефіцієнта структурного ослаблення масиву шляхом визначення фрактальної розмірності масиву.

#### **Аналіз досліджень та публікацій.**

Досить багато вчених, таких як Бенуа Мандельброт, Е. Петерс, Р. В. Гольдштейн та ін., знайшли відкриття нового підходу, на основі фракталів до вивчення поведінки живого і неживого неймовірним. Вони виявили, що на межі між конфліктами протилежних сил стоїть не народження хаотичних, безпорядкових структур, як вважалося раніше, а спонтанне виникнення самоорганізації порядку більш високого рівня. Більше того, структура цієї самоорганізації не структурована згідно з схемами Евкліда Ньютона, а являє собою новий вид організації. Вона не статична, а перебуває всередині руху і зростання. Судячи з усього, організація цього порядку може бути застосована до усіх моментів як нашого побуту, так і наук: від застібок блискавки до економічного ринку [1; 2].

Питання оптимізації затрат та управління вибухами завжди були актуальними для гірничорудної промисловості, а збереження цілісності масиву залишається одним із найважливіших завдань у забезпеченні безпеки під час відпрацюванні родовищ [3–6].

**Виклад основного матеріалу.** З метою розроблення методу визначення фрактальної розмірності скельного масиву Інгuleцького кар'єру на основі методики аналізу зображень [7–10] виконано масштабне фотографування трьох ділянок на Південному й Західному борті.

Для досліджень обрано ділянки бортів кар'єру, максимально відмінні за фактором тріщинуватості, що зумовлено застосуванням різних методів виставлення

на контури масиву під час ведення гірничих робіт.

Так, на рисунку 1 наведено фотографії спарених уступів південно-західного борту кар'єру ІнгЗК, поставлених у граничне положення методом контурного підривання, з використанням традиційних гірлянд ВР. Далі взяті фотографії спарених уступів південно-західного борту кар'єру ІнгЗК, поставлених у граничне положення методом контурного підривання з використанням укорочених підривних свердловин та фотографії спарених уступів західного борту кар'єру ІнгЗК, що перебувають у граничному положенні тривалий період, і з часом осипаються по природному нашаруванню.

Для цих трьох об'єктів і визначалася фрактальна розмірність породного масиву із застосуванням вищенаведеної методики аналізу зображень, за такою формулою:

$$d = \frac{\ln N}{\ln \left( \frac{1}{\delta} \right)} + 1 = \frac{\lg N}{\lg \left( \frac{1}{\delta} \right)} + 1 \quad (1)$$

де  $N$  – кількість ланок, зайнятих тріщинами, при кожному розмірі ланок  $\delta$  (рис. 1 а–г).

Далі проводимо подібний аналіз тріщинуватості для тріщин, що утворились під час контурного підривання з використанням гірлянд ВР та контурного підривання з використанням укорочених свердловин, результати підрахунків зводимо до графічного виду (рис. 2).

Звідки маємо числові значення фрактальної розмірності:

– для природної тріщинуватості породного укосу:

$$d_1 = \text{tg}\varphi_1 + 1 = 2,27;$$

– для тріщинуватості, що утворилась за контурного підривання з використанням стандартних гірлянд ВР:

$$d_2 = \text{tg}\varphi_2 + 1 = 2,38;$$

– за контурного підривання з використанням укорочених свердловин:

$$d_3 = \text{tg}\varphi_2 + 1 = 2,63.$$

У такий спосіб застосування вищенаведеної методики, дозволяє робити кількісне оцінювання фрактальної



розмірності породних масивів на підставі аналізу фотозображень їх укосів.

Фрактальний підхід дозволяє інакше інтерпретувати масштабний ефект міцності в гірських породах, що проявляється в залежності міцності  $\sigma_p$  від геометричних розмірів тіла [1].

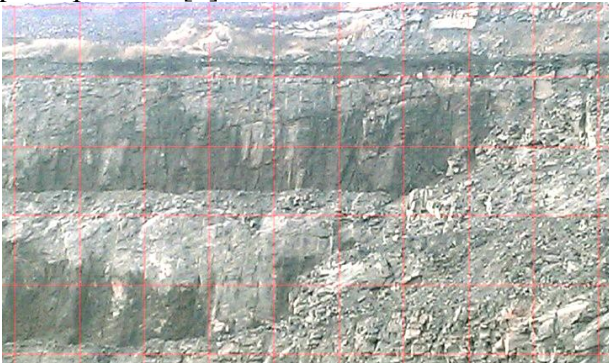


Рис. 1 а. Спарені уступи на південно-західному борті кар'єру ІнГЗК, поставлені в граничне положення методом контурного підривання ( $\delta = 8$ ) / Fig. 1 a. Paired ledges on the south western side of Inguletskyi GOK quarry that have been delimited by the contour blast method ( $\delta = 8$ )



Рис. 1 б. Спарені уступи на південно-західному борті кар'єру ІнГЗК, поставлені в граничне положення методом контурного підривання ( $\delta = 4$ ) / Fig. 1 б. Paired ledges on the south western side of Inguletskyi GOK quarry that have been delimited by the contour blast method ( $\delta = 4$ )



Рис. 1 в. Спарені уступи на південно-західному борті кар'єру ІнГЗК, поставлені в граничне положення методом контурного підривання ( $\delta = 2$ ) / Fig. 1 в. Paired ledges on the south western side of Inguletskyi GOK quarry that have been delimited by the contour blast method ( $\delta = 2$ )



Рис. 1 г. Спарені уступи на південно-західному борті кар'єру ІнГЗК, поставлені в граничне положення методом контурного підривання ( $\delta = 1$ ) / Fig. 1 г. Paired ledges on the south western side of Inguletskyi GOK quarry that have been delimited by the contour blast method ( $\delta = 2$ )

Причина цього пов'язана з механізмом руйнування крихкого матеріалу, а вплив розмірів тіла на його міцність найчастіше описують за допомогою степеневого закону:

$$\sigma_p \rightarrow V^{-\frac{1}{m}} \quad (2)$$

де  $V$  – характерний об'єм матеріалу, що руйнується;  $m$  – коефіцієнт неоднорідності крихкого матеріалу.

Інтенсивність прояву масштабного ефекту міцності істотно пов'язана з показником ступеня  $m$ , тому що він характеризує ступінь неоднорідності розподілу дефектів у твердому тілі. Сильно неоднорідні матеріали (гірські породи) з більшим розкидом міцнісних властивостей характеризуються малими значеннями  $m$  ( $m = 1,5-4$ ) і помітним масштабним ефектом; вони містять, як правило, рідко розташовані великі дефекти на тілі більш дрібних дефектів.

З іншого боку, матеріали з більшими коефіцієнтами неоднорідності  $m$  можна розглядати як майже однорідні середовища із численними дрібними дефектами; у межі при  $m \rightarrow \infty$  виходить однорідний матеріал, який містить нескінченно багато нескінченно малих дефектів.

Параметр  $m$  прямо пов'язаний із фрактальними характеристиками дефектних структур і механізмом руйнування. Справа в тому, що дефектні структури різної природи в крихких матеріалах, мають самоподобу структури й підкоряються фрактальним закономірностям розподілу й росту. Іншими

словами, безліч дефектів у матеріалах уявимо як самоподібний фрактальний кластер розмірністю  $d$  ( $0 \leq d \leq 3$ ). Тому коефіцієнт неоднорідності матеріалу  $m$  безпосередньо пов'язаний з геометричними й імовірнісними характеристиками дефектної безлічі і його фрактальною розмірністю  $d$ . Значення  $d$  в об'ємі реального твердого тіла може змінюватись від 2 (рідкі точкові дефекти) до 3 (об'єм, повністю насичений дрібними дефектами).

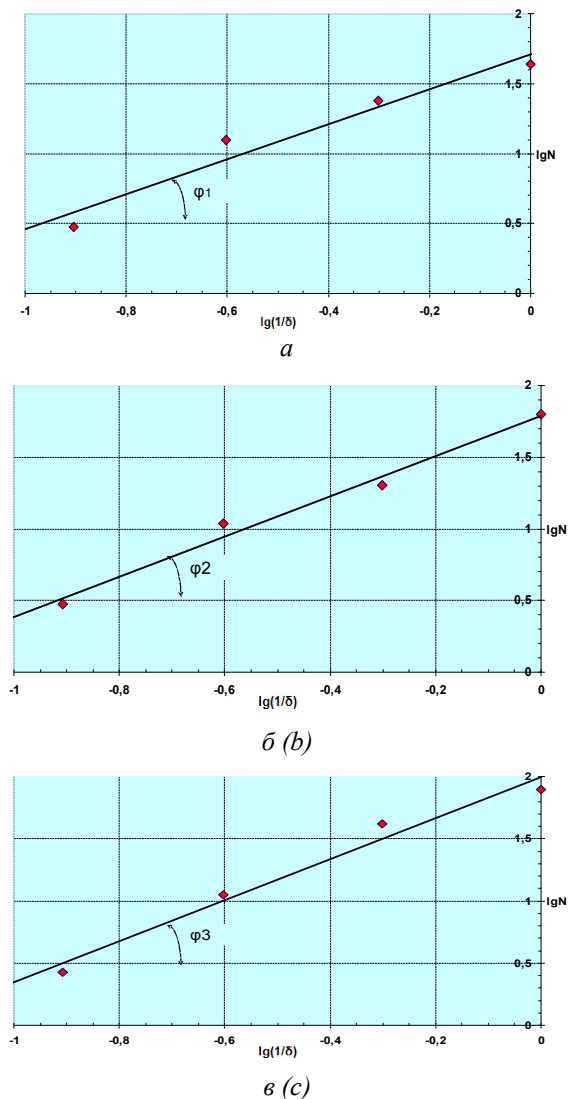


Рис. 2. Результати визначення фрактальної розмірності породних масивів в укосах скельних уступів південно-західного борту кар'єру ІнГЗКа: а) результати підрахунків фрактальної розмірності для природної тріщинуватості породного відкосу; б) результати підрахунків фрактальної розмірності, що утворилась під час контурного підривання з використанням стандартних гірлянд вибухівки; в) результати підрахунків фрактальної розмірності, що утворилась під час контурного підривання з використанням укорочених свердловин /

Fig. 2. Results of rock massifs fractal dimension determination in slopes of rock ledges of south western side of Inguletskiy GOK quarry: a) results of fractal dimension calculations for the destruction of the natural rocks slope; b) results of fractal dimension calculations resulting from contour blasting using standart explosive garlands; c) results of fractal dimension calculations resulting from contour blasting using short wells

У разі  $m \rightarrow \infty$ ,  $d \rightarrow 3$ , що відповідає уявленню про те, що дефектів нескінченно багато, вони нескінченно малі й рівномірно розподілені за обсягом, а значить, маємо абсолютно однорідний матеріал.

Більш детальні дослідження показали, що розподілені в матеріалі дефекти не рівнозначні, як передбачалося раніше, і в багатьох випадках такі допущення не можна вважати виправданими. У твердому тілі можуть одночасно бути присутніми і впливати на процес руйнування дефекти різних розмірів (масштабних рівнів). Наявність декількох ієрархічних рівнів дефектності спричиняє подібний ієрархічний рівень розподілу навантажень на неоднорідностях. Одні блоки матеріалу виявляються сильно перевантаженими, у той час як інші залишаються недовантаженими або взагалі не несуть ніякого навантаження.

Розглядаючи тепер квазікрихе руйнування тіла з урахуванням того, що зруйнована структура являє собою фрактальний кластер розмірністю  $d$ , який, в основному, збігається з дефектною структурою, то руйнування тіла на частини повинна забезпечувати мінімальна дефектна структура, і тому її фрактальна розмірність повинна бути не менш 2 і проявлятися за такої умови [1]:

$$d = 2 - \frac{\ln\left(\frac{\sigma_0}{\sigma}\right)}{\ln\frac{L}{\delta}} = 2 - \frac{\lg\left(\frac{\sigma_0}{\sigma}\right)}{\lg\frac{L}{\delta}}; \quad (3)$$

де  $\sigma_0$  – міцність матеріалу, порушеного тріщинами й поверхнями ослаблення;  $\sigma$  – руйнівне напруження для структурного елемента (зерна, куска, блоку) розміром  $\delta$ ;  $L$  – характерний розмір твердого тіла.

Перетворимо вищенаведений вираз до наступного виду:



$$\lg \frac{\sigma_0}{\sigma} = (2 - d) \cdot \lg \frac{L}{\delta} \quad (4)$$

Враховуючи, що мету цього дослідження становить визначення ступеня стійкості уступів, груп уступів і бортів кар'єрів, складених скельними породами, відношення  $\sigma_0/\sigma$  у вищенаведеній формулі, являє собою не що інше як коефіцієнт структурного ослаблення  $k_c$ .

Відношення лінійних розмірів  $L/\delta$  з формули (4) стосовно розрахунків стійкості відкритих гірничих виробок необхідно розглядати як відношення ймовірного об'єму призми зрушення  $V$  до об'єму характерного структурного блоку  $V_0$ .

Тоді вираз (4) можна привести до виду, що дозволяє визначати коефіцієнт структурного ослаблення породного масиву відповідно до зміни його фрактальної розмірності:

$$\lg k_c = (2 - d) \cdot \lg \frac{V}{V_0} \quad (5)$$

Звідки одержуємо вираз для визначення коефіцієнта структурного ослаблення породного масиву залежно від його фрактальної розмірності:

$$k_c = 10^{(2-d) \cdot \lg \frac{V}{V_0}} \quad (6)$$

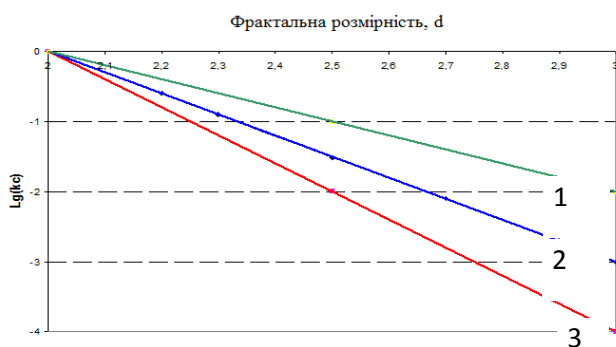


Рис. 3. Залежність коефіцієнта структурного ослаблення  $k_c$  породного масиву від величини його фрактальної розмірності за різних значень масштабного фактора / Fig. 3. The dependence of the rock mass structural attenuation  $k_c$  coefficient on the value of its fractal dimension at different values of the scale factor

$$1) \frac{V}{V_0} = 100 ; 2) \frac{V}{V_0} = 1000 ; 3) \frac{V}{V_0} = 10000$$

На рисунку 3 наведено графічна залежність коефіцієнта структурного ослаблення породного масиву від величини його фрактальної розмірності за різних значень масштабного фактора.

З урахуванням вищенаведених значень фрактальної розмірності для породного масиву в районі південно-західного борту Інгулецького кар'єру на підставі отриманого аналітичного виразу (6) знайдено числові значення коефіцієнта структурного ослаблення, необхідні для визначення ступеня стійкості здвоєних уступів у районі південно-західного борту Інгулецького кар'єру під час постановки їх на граничний або тимчасово неробочий контур:

- для природної тріщинуватості породного укосу  $k_c = 0,021$ ;
- для тріщинуватості, що утворювала під час контурного підривання з використанням стандартних гірлянд  $BPk_c = 0,0195$ ;
- за контурного висадження з використанням укорочених свердловин  $k_c = 0,015$ .

**Висновки.** Співставлення отриманих значень коефіцієнта структурного ослаблення показали, що застосування традиційного методу контурного підривання не дає істотного збільшення (усього на 7,1 %) ступеня порушення законтурного масиву в порівнянні його природною тріщинуватістю.

Використання для контурного підривання вкорочених свердловин викликає більш істотне (на 28,6 %) ослаблення законтурного масиву порівняно з його природним порушенням.

Співставлення отриманих результатів із даними про значення коефіцієнта структурного ослаблення для ділянок південно-західного борту Інгулецького кар'єру, обчисленого традиційним способом, показує, що застосування методу розрахунків коефіцієнта структурного ослаблення з урахуванням фрактальної розмірності дозволяє уточнити його величину на 5...10 %.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Гольдштейн Р. В. Мультифрактальная геометрия и масштабный эффект / Р. В. Гольдштейн, А. Б. Мосолов // ДАН (РАН). -1993. – 329, № 4. –С. 429-431
2. Dinamic Modeling with QUAKE/W. An Engineering Methodology. GEO-SLOPE International Ltd. – Canada, 2007.
3. Karato Sh.-I., Wenk H.-R. (Eds.) Plastic Deformation of Minerals and Rocks, Mineralogical Society of America, 2002, P. 54-60.
4. Бурштинська Х. В. Теоретичні основи та експериментальні дослідження математичних функцій для побудови цифрових моделей рельєфу / Х. В. Бурштинська, О. С. Заяць // Вісник геодезії та картографії. – 2002. – № 4. –32–37с.
5. V.M. Bowa. Optimization of blasting design parameters on open pit bench a case study of Nchanga open pits. Int. J Sci Technol Res, 4 (9) (2015), – 45–51 pp.
6. B.O. Afum, V.A. Temeng. Reducing drill and blast cost through blast optimisation-a case study. Ghana Mining J, 15 (2) (2015), – 50–57 pp.
7. Ампилова Н. Б. Алгоритмы фрактального анализа изображений / Н. Б. Ампилова, И. П. Соловьев // Компьютерные инструменты в образовании, Санкт-Петербург 2012, №2. – С. 19-24.
8. Батчаев И. З. Математическое моделирование посредством предфрактальных графов / И. З. Батчаев // Университетские чтения. – 2011. – Часть XVII. – С. 7-12.
9. Кочкаров А. А. Количественные оценки некоторых связностных характеристик предфрактальных графов / А. А. Кочкаров, Л. И. Сенникова // Прикладная дискретная математика. – 2011. – 4(14). –С. 56-61.
10. Мельник В. М. Растрово-електронна стереомікрофрактографія: монографія / В. М. Мельник, А. В. Шостак // –РВВ “Вежа” ВНУ ім. Лесі Українки. – Луцьк, 2009. – 469 с.
11. Прогноз устойчивости и оптимизация параметров бортов глубоких карьеров: монография под общей редакцией. д.т.н. С.З.Полищука, / [Полищук С. З., Лашко В. Г. и др.]. - Днепропетровск: “Полиграфист”, 2001 г.
12. Романенко А. А. Оценка вариации значений интегрального показателя и коэффициента запаса устойчивости бортов глубоких карьеров / А. А. Романенко // Сборник научных работ. // Строительство, материаловедение, машиностроительство. - Выпуск 92. – Днепро, 2016. – 109 с.
13. Новые подходы к оценке устойчивости откосов и склонов: теория и практика: монография под ред. Полищука С.З. / [Голуб В. В., Полищук С. З., Ветвицкий И. Л.]. – Днепропетровск. – ЧМП «Экономика». – 2014. – 172 с.

## REFERENCES

1. Goldshtein R.V. and Molosov A.B. (1993), *Multifraktalnaya geometriya i masshtabnyy effekt* [Multifractal geometry and scale effect], DAN (RAN) [in Russian].
2. Dinamic Modeling with QUAKE/W. An Engineering Methodology. GEO-SLOPE International Ltd. – Canada, 2007.
3. Karato Sh.-I., Wenk H.-R. (Eds.) Plastic Deformation of Minerals and Rocks, Mineralogical Society of America, 2002, P. 54-60.
4. Burshtinska H.V. and Zayac O.S., (2002), *Teoretichni osnovi ta eksperimentalni doslidzhennya matematichnih funkciy dlya pobudovi cifrovih modeley reliefu* [Theoretical foundations and experimental studies of mathematical functions for the construction of digital terrain models]. *Visnik geodezii ta kartografii* [Bulletin of geodesy and cartography]. No 4, 32-37 [in Ukrainian].
5. Bowa V.M. Optimization of blasting design parameters on open pit bench a case study of Nchanga open pits. Int. J Sci Technol Res, 4 (9) (2015), – 45–51 pp.
6. Afum B.O. and Temeng V.A. Reducing drill and blast cost through blast optimisation-a case study. Ghana Mining J, 15 (2) (2015), – 50–57 pp.
7. Ampilova N.B. and Soloviov I.P. (2012), *Algoritmi fraktalnogo analiza izobrazheniy* [Fractal image analysis algorithms]. Sankt-Peterburg: Kompjuternie instrumenty v obrazovanii [in Russian].
8. Batchaev I.Z. (2011), *Matematicheskoe modelirovanie posredstvom predfraktalnih grafov* [Mathematical modeling using pre-fractal graphs]. Universitetskie chtenia [in Russian].
9. Kochkarov A.A. and Sennikova L.I. (2011), *Kollichestvennye otcenki nekotoryh svyaznostnih harakteristik predfraktalnih grafov* [Quantitative estimates of some connectivity characteristics of pre-fractal graphs]. *Prikladnaya diskretnaya matematika* [in Russian].
10. Melnik V.M. and Shostak A.V. (2009), *Rastrovo-elektronna stereomikrofraktografiya: monografiya* [Raster-electron stereomicrofractography: a monograph]. (Eds.), Lutsk: RVV “Vezha” VNU im. Lesi Ukrainki [in Ukrainian].
11. Polishchuk S.Z., Lashko V.G. (2001), *Prognoz ustoychivosti i optimizatsiya parametrov boltov glubokih kar'erov* [Stability forecast and optimization of deep quarry board parameters]. a monograph Polishchuk S. Z. (Eds.), Dnepropetrovsk: “Poligrafist” [in Russian].

12. Romanenko A.A. (2016). *Otsenka variatsii znacheny integralnogo pokazatelya i koeficienta zapasa ustoychivosti bortov glubokih karierov* [Evaluation of the variation of the values of the integral indicator and the coefficient of safety margin of the sides of deep quarries]. *Stroitelstvo, materialovedenie, mashinostroitelstvo* – [Construction, materials science, mechanical engineering]. 92, 109 [in Russian].
13. Golub V.V., Polishchuk S.Z. and Vetvitsky I.L. (2014), *Novie podhody k otsenke ustoychivosti otkosov I sklonov: teoria i praktika* [New approaches to the estimation of the stability of slopes and slopes: theory and practice]. a monograph Polishchuk S. Z. (Eds.), Dnepropetrovsk: CHMP “Ekonomika” [in Russian].

Надійшла до редакції 27.09.2019 р.