

УДК 539.3

ПОРІВНЯННЯ ВАРІАНТІВ АПРОКСИМАЦІЇ ФУНКЦІЇ ПРОГИНУ КРУГЛОЇ ПЛАСТИНИ МЕТОДОМ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

Горбонос А. А.¹, студ.; Зеленський А. Г.², докт. фіз.-мат. наук, проф.
ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»
Українського державного університету науки і технологій
¹andrii.horbonos2003@gmail.com, ²a.zelensky@ukr.net

Постановка проблеми. В інженерній практиці використання результатів наукових досліджень не завжди можливе через складність отриманих виразів, функцій та закономірностей. Одним з варіантів спрощення отриманих результатів для більш зручного використання в практиці є апроксимація отриманих даних.

Мета дослідження. На прикладі отриманої відомої функції прогину круглої пластини від навантаження порівняти та виявити оптимальний спосіб апроксимації функції квадратичною параболою.

Результати дослідження. Розглядалась кругла ізотропна пластина радіуса $a = 3$ м, $\nu = 0,3$, $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па. Для даної пластини були отримані рівняння прогину від навантаження у формі круга з радіусом c прикладеного в центрі пластини. Метою розрахунку було виявлення співвідношення між прогином w_1 , що виникає в пластині яка завантажена колом із радіусом $c = a$, тобто по всій площині пластини та прогином, що виникає в тій же пластині яка завантажена колом із радіусом $c = \beta \cdot a$, де $\beta < 1$, тобто завантаженою є не вся поверхня пластини. Був введений також коефіцієнт α такий, що:

$$\alpha = \frac{w_2}{w_1}.$$

Після відповідних перетворень, за умови збереження однакової рівнодійної навантаження, отримали наступну залежність для шарнірно обіпєртої пластини:

$$\alpha(\beta) = \frac{q_1 \cdot \beta^2}{q_0 \cdot (5 + \nu)} \cdot (12 + 4 \cdot \nu + 4 \cdot \beta^2 \cdot \ln \beta \cdot (1 + \nu) - \beta^2 \cdot (7 + 3 \cdot \nu)),$$

де q_1, q_0 – відповідно значення розподіленого навантаження для кола з радіусом $c = \beta \cdot a$ та значення навантаження для кола з радіусом $c = a$, ν – коефіцієнт Пуассона.

Отримана функція є незручною для проведення швидких розрахунків, тому виникла необхідність апроксимувати отриману функцію методом найменших квадратів (далі МНК). У статті порівнюються три варіанти використання МНК – звичайний метод без попередніх умов, МНК з умовою проходження апроксимуючої функції через першу точку вихідних даних та МНК з умовою проходження апроксимуючої функції через першу та останню точки вихідних даних. В усіх випадках шукана функція апроксимувалась квадратичним поліномом виду:

$$\alpha = a \cdot \beta^2 + b \cdot \beta + c,$$

де a, b, c – шукані коефіцієнти апроксимації.

Для оцінки точності апроксимації використовувалися середньоквадратична похибка та коефіцієнт детермінації. Для більшої детальності аналізу поведінки апроксимації, значення близькі до лівого краю взяті з меншим кроком.

Отримані дані для одного з випадків наведені в таблиці та на рисунку.

Таблиця

Порівняльні характеристики варіантів апроксимації функції

	a	b	c	Середньоквадратична похибка	Коефіцієнт детермінації
Звичайний МНК	0,113	1,020	-0,053	0,039	0,977
МНК, що проходить через першу точку	0,302	0,804	-0,008	0,047	0,974
МНК, що проходить через першу та останню точки	0,062	0,948	-0,009	0,040	1,000

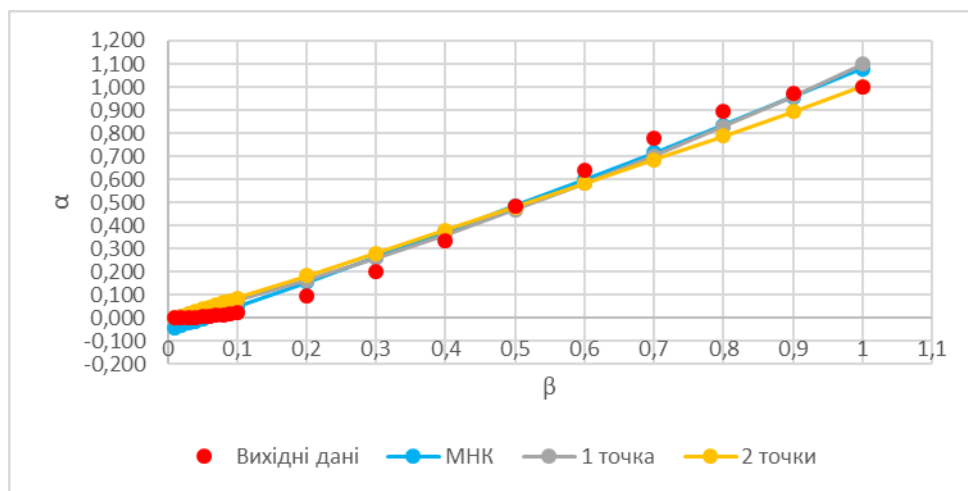


Рис. Графічне порівняння різних варіантів апроксимації функції

Висновки. Як видно, з таблиці порівняння, методи апроксимації за допомогою звичайного МНК та МНК, що проходить через першу та останню точки, демонструють більш точне наближення до істинних даних. Однак згідно графіка, при малих значеннях функції, використання звичайного МНК без попередніх умов дає якісний перехід і значення функції апроксимації стають від'ємними, що у випадку нашої функції не має фізичного змісту оскільки означає, що пластина вигинається назустріч навантаженню. З усіх трьох розглянутих методів, метод МНК, що проходить через дві точки є найоптимальнішим, так як при його використанні не виникає якісного переходу функції, а значення відхилення дуже близьке до звичайного МНК.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Возняк Л. С., Шарин С. В. Чисельні методи : метод. посіб. Івано-Франківськ : Плай, 2001. 128 с.
2. Лященко М. Я., Головань М. С. Чисельні методи. Київ : Либідь, 1996. 248 с.
3. Мусіяка В. Г. Основи числових методів : підруч. Дніпро : ЛІРА, 2017. 356 с.
4. Фельдман Л. П. Чисельні методи в інформатиці. Київ : Вид. група BNV, 2006. 240 с.
5. Чабан В. Й. Чисельні методи. Львів : Нац. ун-т «Львівська політехніка», 2001. 172 с.