

УДК 669.017:530.191

DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.271118.47.365

ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ БАЛЛОВОЙ СИСТЕМЫ

ВОЛЧУК В. Н., *д-р техн. наук, проф.*

Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепро, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: volchuky@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

Аннотация. Постановка проблемы. Балловую оценку структуры металлов применяют при контроле их качества. Однако она является полуколичественной оценкой. Работа посвящена поиску альтернативных методик оценки зеренных структур металлов. **Материалы и методика.** Исследовалась балловая шкала зеренных структур металлов согласно ГОСТ 5639 с применением фрактального формализма. **Результаты эксперимента.** Установлено повышение фрактальной размерности границ зерен при уменьшении размеров зерна (балл 1 - 10 для основной шкалы). Это обусловлено повышением суммарной длины границ зерен, которая у мелкозернистой стали больше, чем у крупнозернистой, а значит, и заполняемость пространства границами зерен больше, что ведет к увеличению их фрактальной размерности вплоть до топологической размерности плоскости 2. **Выводы.** Проведен анализ балловой системы зеренных структур металла согласно ГОСТ 5639. Изменение фрактальной размерности в зависимости от балла зерна свидетельствует об их чувствительности и предоставляет возможность использовать фрактальную размерность в качестве количественной оценки структуры металла при контроле его качества.

Ключевые слова: *фрактальная размерность; металл; балл зерна металла; феррит; перлит; мартенсит*

ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ БАЛОВОЇ СИСТЕМИ

ВОЛЧУК В. М., *д-р техн. наук, проф.*

Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: volchuky@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

Анотація. Постановка проблеми. Балову оцінку структури металів застосовують для контролю їх якості. Однак вона є напівкількісною оцінкою. Робота присвячена пошуку альтернативних методик оцінювання зеренних структур металів. **Матеріали та методика.** Досліджувалася балова шкала зерен структур металів згідно з ГОСТ 5639 із застосуванням фрактального формалізму. **Результати експерименту.** Встановлено підвищення фрактальної розмірності границь зерен при зменшенні розмірів зерна (балл 1 -10 для основної шкали). Це зумовлено підвищенням сумарної довжини границь зерен, яка у дрібнозернистої сталі більша, ніж у крупнозернистої, а значить, і заповнюваність простору границями зерен вища, що викликає збільшення їх фрактальної розмірності аж до топологічної розмірності площини 2. **Висновки.** Проведено аналіз балової системи зерен структур металу згідно з ГОСТ 5639. Зміна фрактальної розмірності залежно від бала зерна свідчить про їх чутливість і надає можливість використовувати фрактальну розмірність як кількісну оцінку структури металу для контролю його якості.

Ключові слова: *фрактальна розмірність; метал; бал зерна металу; ферит; перлит; мартенсит*

FRactal ANALYSIS OF THE POINT SYSTEM

VOLCHYUK V. N., *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*

Department of Materials Science, State Higher Educational Establishment «Prydneprovs'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture», Chernyshevskogo st., 24-a, Dnipro 49600, Ukraine, phone. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: volchuky@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

Abstract. Introduction. The point estimate of the structure of metals is used in the control of their quality. However, it is a semi-quantitative estimate. The work is devoted to the search for alternative methods for assessing the grain structures of metals. **Materials and methods.** The scoring scale of the grain structures of metals according to GOST 5639 using the fractal formalism was investigated. **Results of the experiment.** An increase in the fractal dimension of the grain boundaries with decreasing grain sizes (score 1 -10 for the main scale) was established. This is due to the increase in the total length of the grain boundaries, which is more fine-grained steel than coarse-grained steel, and hence the occupancy of space by grain boundaries is greater, which leads to an increase in their fractal dimension up to the topological dimension of the plane 2. **Conclusions.** The analysis of the scoring system of the metal grain structures according to GOST 5639 has been carried out. The change in the fractal dimension depending on the grain score indicates their sensitivity and provides an opportunity to use the fractal dimension as a quantitative assessment of the metal structure while controlling its quality.

Key words: *fractal dimension; metal; Grain Metal Ball; ferrite perlite; martensite*

Постановка проблемы. Применение балловой системы в металловедении для определения величины элементов структуры сталей и чугунов позволяет в некоторых случаях проводить первичную оценку пригодности металла. Однако эта полуколичественная оценка не всегда чувствительна к трансформациям структуры металла вследствие влияния различных видов обработки. Для этого определяют линейные, ареальные и объемные характеристики элементов структуры металла, среднее расстояние между включениями и т. д. Однако оценка качества металла на основе анализа их традиционных геометрических характеристик свидетельствует о том, что ее результаты часто могут расходиться с реальными результатами прогноза [1-4].

Причиной такого несоответствия результатов может служить неполнота формальной аксиоматики, проявляющаяся при идентификации структуры металла, обусловленная сложной Природой его строения [5-7].

Для частичной компенсации неполноты формальной аксиоматики следует использовать более совершенный язык описания, базирующийся на принципиально отличающихся от традиционных принципах. Одним из таких языков описания можно считать язык фрактальной геометрии [8-10]. Количе-

ственной оценкой фракталов служит фрактальная (дробная) размерность, описывающая компактность заполнения объектом пространства, в котором он находится. Возможность фрактальной размерности учитывать структурные трансформации структуры сталей и чугунов после различных видов обработки подтверждается их чувствительностью к показателям качества [11-15].

В работе предлагается провести фрактальный анализ основной балловой шкалы 1 и дополнительных шкал 1 и 2 согласно ГОСТ 5639 с целью поиска альтернативных путей оценки структуры различных сталей.

Материалы и методики. В качестве объектов исследования рассматривались балловая шкала 1 и дополнительные шкалы 1 и 2 согласно ГОСТ 5639 на предмет их количественной оценки с помощью фрактальной размерности.

Для оценки фрактальной размерности исследуемых шкал использовали запатентованную методику [16], испытанную на различных марках сталей и чугунов [17-20]. Методика базируется на поиске сходимости результатов расчета фрактальной размерности, вычисленной при помощи клеточного и точечного способов. Пример результатов расчета фрактальной размерности зерна металла с баллом 6 приведен на рисунке 1

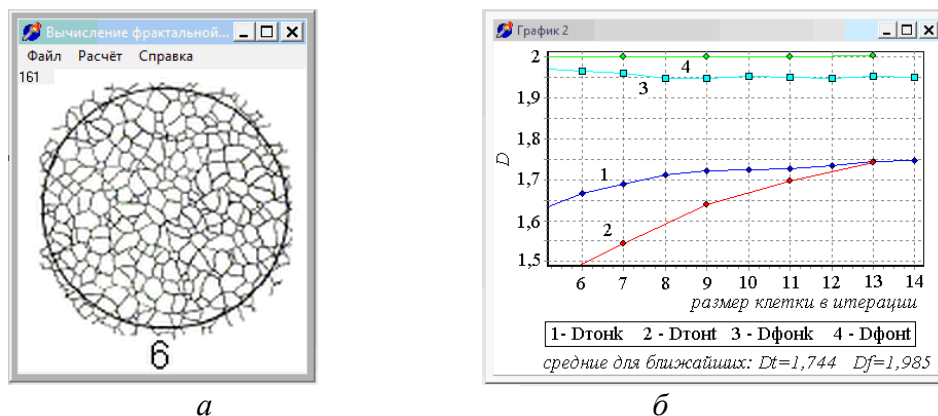


Рис. 1. Методика расчета фрактальной размерности: а - интерфейс программы; б - результаты расчета фрактальной размерности: $D_{тонк}$ и $D_{тонт}$ –фрактальная размерность зерен; $D_{фонк}$ и $D_{фонт}$ –фрактальная размерность белого фона (“шума”)

Из рисунка 1 следует, что наилучшая сходимость клеточного и точечного способов наблюдается на 13-м шаге итераций.

Результаты эксперимента. Микроструктурный уровень богат на структур-

ные элементы. Для того чтобы установить, как изменяется фрактальная размерность микроструктуры в зависимости от масштаба ее представления, необходимо проанализировать изменение фрактальной размерности зе-

ренной эталонной структуры в зависимости от величины и степени ее увеличения.

Известно, что величину зерна определяют по ГОСТ 5639–82 сравнением

микроструктуры стали при увеличении в 100 раз с эталонными шкалами. На рисунке 2 приведена эталонная шкала 1.

Шкала 1 для определения величины зерна (увеличение 100)

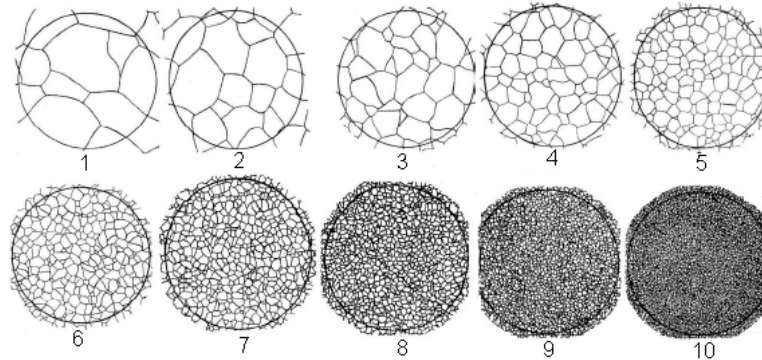


Рис. 2. Эталонная шкала 1, используемая для оценки величины зерна в сталях и сплавах

Фрактальная размерность границ зерен в зависимости от величины их балла (от 1 до 10) приведена на рисунке 3.

Результаты вычисления фрактальной размерности для крупного зерна приведены на рисунке 4: зависимость 1 - увеличение 25; зависимость 2 – увеличение 50 и зависимость 3 – увеличение 100.

Зависимость фрактальной размерности границ зерен D от их балла n для основной шкалы (рис. 3) описывается уравнением регрессии (1):

$$D = -0,0025 \cdot n^3 + 0,0521 \cdot n^2 - 0,222 \cdot n + 1,5393. \quad (1)$$

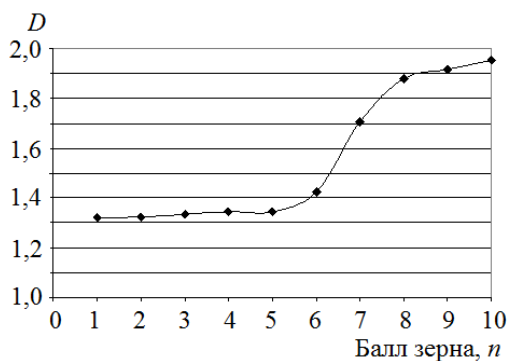


Рис. 3. Зависимость фрактальной размерности границ зерен от их величины их балла

Фрактальная размерность границ зерен увеличивается с уменьшением их размера (рис. 4 и 5). На рисунке 5: зависимость 1 - увеличение 100; зависимость 2 – увеличение 200, зависимость 3 – увеличение 400 и зависимость 4 - увеличение 800.

При фиксированном балле зерна фрактальная размерность увеличивается при увеличении масштаба их представления, как показано для мелкого зерна 9 (линия 1), 10-го (линия 2) и 11-го баллов (линия 3) (рис. 6).

Это объясняется тем фактом, что размерность мелкозернистой структуры на плоскости стремится к топологической размерности плоскости 2.

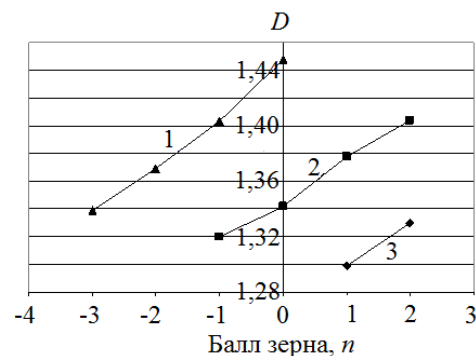


Рис. 4. Зависимость размерности границ зерен от балла зерна (данные взяты из Дополнительной шкалы 2 для определения величины крупного зерна. ГОСТ 5639–82)

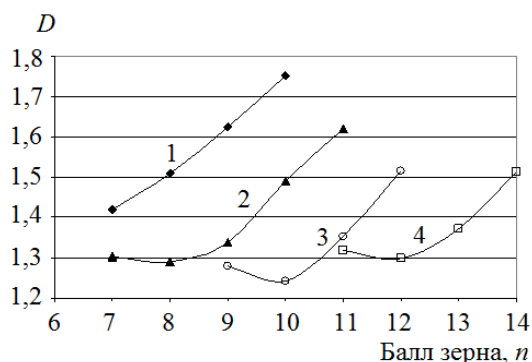


Рис. 5. Зависимость размерности границ зерен от балла зерна (данные взяты из Дополнительной шкалы 1 для определения величины мелкого зерна согласно ГОСТ 5639–82)

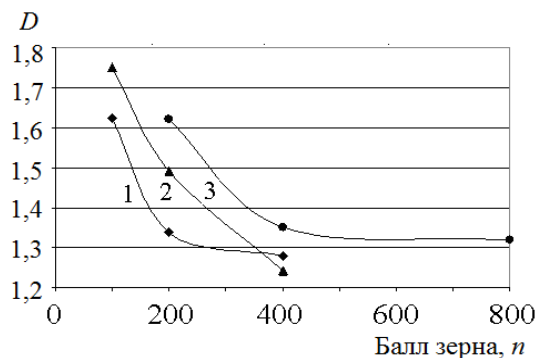


Рис. 6. Зависимость размерности границ зерен от степени увеличения при фиксированном балле зерна

Физический смысл заключается в том, что суммарная длина границ зерен у мелкозернистой стали больше, чем у крупнозернистой, а значит, и заполняемость пространства ими больше, что ведет к увеличению размерности:

$$L \sim \delta^D, \quad (2)$$

где L – длина ломанной линии (в данном случае границы зерна); δ – размер звена ломанной линии.

Из вышесказанного следует, что мелкозернистая структура имеет большую фрактальную размерность границ зерен, чем крупнозернистая. Границы зерен в значительной степени влияют на свойства стали. Кроме того, для промышленного применения обычно нужна сталь с мелкозернистой структурой, которая характеризуется повышенным комплексом механических свойств. Поэтому поиск взаимно однозначного соот-

ветствия между размерностью границ зерен и механическими свойствами предоставит о последних дополнительную ценную информацию.

Выводы. Установлена чувствительность между балловой величиной зеренной структуры и ее фрактальной размерностью. Экспериментально подтверждено, что фрактальная размерность мелкозернистой структуры на плоскости стремится к ее топологической размерности 2, и поэтому она возрастает по мере уменьшения балла зерна.

Полученные результаты свидетельствуют о возможности использования фрактальной размерности зерен металла в качестве индикатора его структурных изменений наряду с традиционными методиками металлографического анализа. Это предоставляет возможность использования фрактальной размерности зеренных структур при контроле характеристик качества металла.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дубров Ю. Пути идентификации периодических многокритериальных технологий на примере технологии производства прокатных валков : монография / Юрий Дубров, Владимир Большаков, Владимир Волчук. – Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2015. – 236 с.
2. Большаков В. И. Идентификация многопараметрических, многокритериальных технологий и пути их практической реализации / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металознавство та термічна обробка металів. – 2013. – № 4(61). – С. 5–11.
3. Modified expanded clay lightweight concretes for thin-walled reinforced concrete floating structures / A. Mishutn, S. Kroviakov, O. Pishev, B. Soldo // Tehnicki Glasnik/Technical Journal. – 2017. – Vol. 11. – № 3. – P. 121–124. – Режим доступа: <https://hrcak.srce.hr/186657>. – Проверено: 01.03.2019.
4. Kroviakov S. Management of the Properties of Shipbuilding Expanded Clay Lightweight Concrete / S. Kroviakov, A. Mishutin, O. V. Pishev // International Journal of Engineering & Technology. – 2018. – Vol. 7. – № 3. – Spec. iss. 2. – P. 245–249.
5. Kroviakov S. O. Production technology of modified expanded clay lightweight concrete for floating structures / S. O. Kroviakov, A. V. Mishutin // The Scientific Journal of Cihan University – Sulaimanyia. – 2017. – Vol. 1. – Iss. 4. – P. 2–10.

6. Большаков В. И. Влияние структуры аустенита и продуктов его распада на квазихрупкое разрушение высокопрочного толстолистового проката для строительства / В. И. Большаков, Д. В. Лаухин, С. В. Иванцов // Строительство, материаловедение, машиностроение : сб. науч. тр. / Приднепр. гос. акад. стр-ва и архитектуры. – Днепропетровск, 2016. – Вып. 89 : Серия : Стародубовские чтения. – С. 30–36.
7. Бобырь С. В. Модели и характеристики прерывистого превращения аустенита в железоуглеродистых сплавах / С. В. Бобырь, В. И. Большаков // Успехи физики металлов. – 2014. – Т. 15. – № 3. – С. 145–172. – Режим доступа: http://nbuv.gov.ua/UJRN/UPhM_2014_15_3_4. – Проверено: 01.03.2019.
8. Волчук В. Н. К применению фрактального формализма при ранжировании критериев качества многопараметрических технологий / В. Н. Волчук // Металлофизика и новейшие технологии. – 2017. – Т. 39. – № 7. – С. 949–957. – Режим доступа: <http://mfint.imp.kiev.ua/ru/abstract/v39/i07/0949.html>. – Проверено: 01.03.2019.
9. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism / Volodymyr Volchuk, Ievgenii Klymenko, Sergii Kroviakov, Matija Orešković // Tehnički glasnik / Technical Journal. – 2018. – Vol. 12. – № 2. – P. 93–97. – Режим доступа: <https://hrcaac.srce.hr/202359>. – Проверено: 01.03.2019.
10. Большаков В. И. Основы организации фрактального моделирования : [монография] / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров ; ГВУЗ "Приднепр. гос. акад. стр-ва и архитектуры". – Киев : Академперіодика, 2017. – 170 с.
11. Bol'shakov V. Fractals and properties of materials : monograph / V. Bol'shakov, V. Volchuk, Yu. Dubrov. - Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2016. – 140 p. – Режим доступа : <https://www.lap-publishing.com/catalog/details/store/tr/book/978-3-330-01812-9/fractals-and-properties-of-materials?search=Fractals>. – Проверено: 01.03.2019.
12. Bolshakov V. I. Regularization of One Conditionally III-Posed Problem of Extractive Metallurgy / V. I. Bolshakov, V. M. Volchuk, Yu. I. Dubrov // Metallofizika i Noveishie Tekhnologii. – 2018. – Vol. 40. – № 9. – Pp. 1165–1171. – Режим доступа : <https://DOI: 10.15407/mfint.40.09.1165>. – Проверено: 01.03.2019.
13. Большаков В. И. Топологические и фрактальные инварианты структуры для оценки качества металла / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіді Національної академії наук України. – 2017. – № 4. – С. 42–48. – Режим доступа : <http://dopovidi-nanu.org.ua/ru/archive/2017/4>. – Проверено: 01.03.2019.
14. Большаков В. Пути применения теории фракталов : монография / В. Большаков, В. Волчук, Ю. Дубров. – Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2016. – 156 с. – Режим доступа: <https://www.morebooks.de/store/gb/book/%D0%9F%D1%83%D1%82%D0%B8-%D0%BF%D1%80%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F-%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8-%D1%84%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B0%D0%BB%D0%BE%D0%B2/isbn/978-3-659-72264-6>. – Проверено: 01.03.2019.
15. Большаков В. И. Разработка и исследование метода определения механических свойств металла на основе анализа фрактальной размерности его микроструктуры / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металознавство та термічна обробка металів. – 2004. – № 1. – С. 43–54.
16. Спосіб визначення фрактальної розмірності зображення : патент на винахід № 51439А : МКИ6 G06K9/00 / В. И. Большаков, Ю. И. Дубров, Ф. В. Криулін, В. М. Волчук. – № 2002042586 ; заявл. 02.04.2002 ; опубл. 15.11.2002, Бюл. № 11. – 4 с. – Режим доступа : <http://uapatents.com/3-51439-sposib-viznachennya-fraktalno-gozmirnosti-zobrazhennya.html>. – Проверено: 01.03.2019.
17. Большаков В. И. Материаловедческие аспекты применения вейвлетно-мультифрактального подхода для оценки структуры и свойств малоуглеродистой низколегированной стали / В. И. Большаков, В. Н. Волчук // Металлофизика и новейшие технологии. – 2011. – Т. 33. – Вып. 3. – С. 347–360.
18. Большаков В. И. К вопросу о постановке задачи идентификации фрактальной структуры металла / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури : зб. наук. пр. – Дніпропетровськ, 2016. – № 5. – С. 35–39. – Режим доступа: <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/68905/63995>. – Проверено: 01.03.2019.
19. Большаков В. И. Организация фрактального моделирования / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіді Національної академії наук України. – 2018. – № 6. – С. 67–72. – Режим доступа: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.06.067>. – Проверено: 01.03.2019.
20. Волчук В. Н. К вопросу о применении теории мультифракталов для оценки механических свойств металла / В. Н. Волчук // Металознавство та термічна обробка металів. – 2014. – № 3. – С. 12–19. – Режим доступа: <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/12-19>. – Проверено: 01.03.2019.

REFERENCES

1. Dubrov Yu., Bolshakov V. and Volchuk V. *Puti identifikatsii periodicheskikh mnogokriterial'nykh tekhnologiy* [Ways of periodic identification of multi-criteria Technology]. Saarbrucken: Palmarium Academic Publishing, 2015, 236 p. (in Russian).
2. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu. I. *Identifikatsiya mnogoparametricheskikh, mnogokriterial'nykh tekhnologiy i puti ikh prakticheskoy realizatsii* [Multiparameter identification, multicriteria techniques and ways of their implementation]. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2013, no. 4. pp. 5-11. (in Russian).
3. Mishutn A., Kroviakov S., Pishev O. and Soldo B. *Modified expanded clay lightweight concretes for thin-walled reinforced concrete floating structures*. Technical Journal, 2017, vol. 11, no. 3, pp. 121–124. Available at: <https://hrcak.srce.hr/186657>
4. Kroviakov S., Mishutin A. and Pishev O. *Management of the Properties of Shipbuilding Expanded Clay Lightweight Concrete*. International Journal of Engineering & Technology. 2018, sp.iss. 3, vol. 7, no. 2, pp. 245–249.
5. Kroviakov S. and Mishutn A. *Production technology of modified expanded clay lightweight concrete for floating structures*. The Scientific Journal of Cihan University. Sulaimania. 2017, vol. 1, no. 4, pp. 2–10.
6. Bol'shakov V.I., Lauhin D.V. and Ivantsov S.V. *Vliyaniye struktury austenita i produktov yego raspada na kvazikhrupkoye razrusheniye vysokoprochnogo tolstolistovogo prokata dlya stroitel'stva* [Influence of austenite structure and its decay products on the quasi-brittle fracture of high strength plate for building construction]. *Stroitel'stvo, materialovedenie, mashynostroenie* [Building, materials science, mechanical engineering]. PDABA [Pridnepros'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture]. Dnipropetrovsk, 2016, no. 89, pp. 30–36. (in Russian).
7. Bobyr S.V. and Bol'shakov V.I. *Modeli i kharakteristiki preryvistogo prevrashcheniya austenita v zhelezouglerodistykh splavakh* [Models and Characteristics of Discontinuous Transformation of Austenite in Iron–Carbon Alloys]. *Uspehi Fiziki Metallov* [Progress in Physics of Metals]. 2014, vol. 15, no. 3, pp. 145–172. Available at: http://nbuv.gov.ua/UJRN/UPhM_2014_15_3_4 (in Russian).
8. Volchuk V. M. *K primeniyu fraktal'nogo formalizma pri ranzhirovanii kriteriyev kachestva mnogoparametricheskikh tekhnologiy* [On the Application of Fractal Formalism for Ranging Criteria of Quality of Multiparametric Technologies]. *Metallofizika i noveyshiye tekhnologii* [Metal Physics and Advanced Technologies]. 2017, vol. 39, no 3, pp. 949–957. Available at: <http://mfint.imp.kiev.ua/ru/abstract/v39/i07/0949.html>. (in Russian).
9. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S., Orešković M. *Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism*. Tehnički glasnik - Technical Journal. 2018, vol. 12, no. 2, pp. 93–97.
10. Bolshakov V. I., Volchuk V. M. and Dubrov Yu. I. *Osnovy organizatsii fraktal'nogo modelirovaniya* [Fundamentals of fractal modeling]. Kiev: Akadempriodika, 2017, 170 p. (in Russian).
11. Bol'shakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Fractals and properties of materials*. Saarbrucken: Lambert Academic Publishing, 2016, 140 p. Available at: <https://www.lap-publishing.com/catalog/details/store/tr/book/978-3-330-01812-9/fractals-and-properties-of-materials?search=Fractals>
12. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Regularization of One Conditionally Ill-Posed Problem of Extractive Metallurgy*. *Metallofizika i Noveishie Tekhnologii*, 2018, vol. 40, no. 9, pp. 1165–1171. Available at: [https://DOI: 10.15407/mfint.40.09.1165](https://DOI:10.15407/mfint.40.09.1165)
13. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Topologicheskiye i fraktal'nyye invarianty struktury dlya otsenki kachestva metalla* [Topological and fractal invariants of a structure to assess the quality of a metal]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2017, no. 4, pp. 42–48. Available at: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.04.00>. (in Russian).
14. Bol'shakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Puti primeneniya teorii fraktalov* [Ways of applying the theory of fractals]. Saarbrucken: Palmarium Academic Publishing, 2016, 146 p. Available at: <https://www.palmarium-publishing.ru/extern/listprojects>. (in Russian).
15. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Razrabotka i issledovaniye metoda opredeleniya mekhanicheskikh svoystv metalla na osnove analiza fraktal'noy razmernosti yego mikrostruktury* [Development and study of the method for determining the mechanical properties of a metal based on an analysis of the fractal dimension of its microstructure]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2004, no. 1, pp. 43–54. (in Russian).
16. Bol'shakov V.I., Dubrov Yu.I., Kryulin F.V. and Volchuk V.N. *Sposib vyznachennya fraktal'noyi rozmirnosti zobrazhennya* [Method for determining fractal dimensionality of an image]. Pat. no. 51439A, UA. MPK 7 G06K9/00, bulletin no. 11, 2002. Available at: <http://uapatents.com/3-51439-sposib-vyznachennya-fraktalno-rozmirnosti-zobrazhennya.html>. (in Ukrainian).
17. Bolshakov V.I. and Volchuk V.N. *Materialovedcheskiye aspekty primeneniya veyvletno-mul'tifraktal'nogo podkhoda dlya otsenki struktury i svoystv malouglerodistoy stali* [Material science aspects of the use of wavelet and multifractal approach for assessing of the structure and properties of low-carbon steel]. *Metallofizika i noveyshiye tekhnologii* [Metal physics and advanced technologies]. 2011, vol. 33, no 3, pp. 347-360. (in Russian).

18. Bol'shakov V. I., Volchuk V. N. and Dubrov Yu. I. *K voprosu o postanovke zadachi identifikatsii fraktal'noy struktury metalla* [Statement on the issue of the problem identification of fractal metal structures]. *Visnyk Prydniprov's'koyi derzhavnoi akademii budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprov's'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2016, no. 5, pp. 35–39. Available at: <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/68905/63995>. (in Russian).
19. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Organizatsiya fraktal'nogo modelirovaniya* [Organization of fractal modeling]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2018, no. 6, pp. 67–72. Available at: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.06.067>. (in Russian).
20. Volchuk V.N. *K voprosu o primenenii teorii mul'tifraktalov dlya otsenki mekhanicheskikh svoystv metalla* [On the application of the theory of multifractals for the evaluation of the mechanical properties of a metal]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2014, no. 3, pp. 12–19. Available at: <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/12-19>. (in Russian).

Рецензент: Дубров Ю. І., д-р техн. наук, проф.

Надійшла до редколегії: 17.09.2018 р.