

УДК 697.2:519.87:536.423.4

DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.260324.64.1044

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ АВТОНОМНОГО ТЕПЛОПОСТАЧАННЯ З ТРУБЧАСТИМИ ГАЗОВИМИ НАГРІВАЧАМИ У БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЯХ ЗА РОБОТИ В РЕЖИМІ КОНДЕНСАЦІЇ

ПРОКОФ'ЄВА Г. Я.<sup>1</sup>, канд. техн. наук, доц.,

БЕРЕЗЮК Г. Г.<sup>2\*</sup>, ст. викл.,

ТКАЧОВА В. В.<sup>3</sup>, канд. техн. наук, доц.,

СОЛОД Л. В.<sup>4</sup>, канд. техн. наук, доц.,

АДЕГОВ О. В.<sup>5</sup>, канд. техн. наук, доц.

<sup>1</sup> Кафедра опалення, вентиляції, кондиціонування та теплогазопостачання, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел.: +38 (056) 756-34-92, e-mail: [chonomorets.halyna@pdaba.edu.ua](mailto:chonomorets.halyna@pdaba.edu.ua), ORCID ID: 0000-0003-4964-5785

<sup>2\*</sup> Кафедра опалення, вентиляції, кондиціонування та теплогазопостачання, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел.: +38 (056) 756-34-92, e-mail: [berezuk.hanna@pdaba.edu.ua](mailto:berezuk.hanna@pdaba.edu.ua), ORCID ID: 0000-0002-4790-3421

<sup>3</sup> Кафедра опалення, вентиляції, кондиціонування та теплогазопостачання, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел.: +38 (056) 756-34-92, e-mail: [tkachova.valeriia@pdaba.edu.ua](mailto:tkachova.valeriia@pdaba.edu.ua), ORCID ID: 0000-0001-9943-1852

<sup>4</sup> Кафедра опалення, вентиляції, кондиціонування та теплогазопостачання, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел.: +38 (056) 756-34-92, e-mail: [solod.leontina@pdaba.edu.ua](mailto:solod.leontina@pdaba.edu.ua), ORCID ID: 0000-0002-4789-9514

<sup>5</sup> Кафедра опалення, вентиляції, кондиціонування та теплогазопостачання, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел.: +38 (056) 756-34-92, e-mail: [adehov.oleksandr@pdaba.edu.ua](mailto:adehov.oleksandr@pdaba.edu.ua), ORCID ID: 0000-0001-8837-4936

**Анотація.** *Постановка проблеми.* Застосування сучасних автономних систем теплопостачання – один із напрямків зменшення споживання природних енергоресурсів. Існує велика кількість різних автономних систем теплопостачання об'єктів. Один із варіантів таких систем – це система з застосуванням трубчастих газових нагрівачів. Трубчастий газовий нагрівач складається з газового пальника, випромінювальної труби та вентилятора. Технічним рішенням застосування цього обладнання у системі теплопостачання став трубчастий нагрівач, розташований всередині будівельної конструкції. Підвищення ефективності роботи газового обладнання можливо досягти за рахунок роботи цього обладнання в конденсаційному режимі. Відповідно і можливість роботи трубчастих газових нагрівачів у будівельних конструкціях у конденсаційному режимі досить цікава з погляду підвищення ефективності використання теплового потенціалу газоподібного палива та забезпечення його економії. Для дослідження і практичного конструювання автономних систем теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами у будівельних конструкціях з урахуванням конденсаційного режиму роботи необхідна математична модель розрахунку теплових і гідравлічних режимів системи. *Мета статті* – побудувати математичну модель системи автономного теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами у будівельних конструкціях під час роботи в режимі конденсації. *Висновок.* Розроблено та представлено у вигляді диференційних рівнянь математичну модель гідравлічного і теплового режимів автономної системи теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами у будівельних конструкціях для роботи в режимі конденсації. В основі є рівняння збереження маси, руху та енергії для газоповітряної суміші всередині каналу в умовах двофазного потоку, рівняння переносу тепла всередині будівельної конструкції, рівняння тепловіддачі від поверхні нагрівача до навколишнього середовища. Математична модель гідравлічного і теплового режимів автономної системи теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами у будівельних конструкціях під час роботи в режимі конденсації дозволить розраховувати і конструювати такі системи.

**Ключові слова:** трубчасті газові нагрівачі; математична модель; конденсація водяної пари

## MATHEMATICAL MODELING OF THE AUTONOMOUS HEAT SUPPLY SYSTEM WITH TUBULAR GAS HEATERS IN BUILDING STRUCTURES WHEN OPERATING IN THE CONDENSATION MODE

PROKOFIEVA H.Ya.<sup>1</sup>, *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,  
BEREZIUUK H.H.<sup>2\*</sup>, *Senior Lecturer*,  
TKACHOVA V.V.<sup>3</sup>, *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,  
SOLOD L.V.<sup>4</sup>, *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,  
ADEHOV O.V.<sup>5</sup>, *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*

<sup>1</sup> Department of Heating, Ventilation, Air Conditioning, Heat and Gas Supply, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov Str., Dnipro, 49005, Ukraine, tel.: +38 (056) 756-34-92, e-mail: [chornomorets.halyna@pdaba.edu.ua](mailto:chornomorets.halyna@pdaba.edu.ua), ORCID ID: 0000-0003-4964-5785

<sup>2\*</sup> D Department of Heating, Ventilation, Air Conditioning, Heat and Gas Supply, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov Str., Dnipro, 49005, Ukraine, tel.: +38 (056) 756-34-92, e-mail: [berezuiik.hanna@pdaba.edu.ua](mailto:berezuiik.hanna@pdaba.edu.ua), ORCID ID: 0000-0002-4790-3421

<sup>3</sup> Department of Heating, Ventilation, Air Conditioning, Heat and Gas Supply, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov Str., Dnipro, 49005, Ukraine, tel.: +38 (056) 756-34-92, e-mail: [tkachova.valeriia@pdaba.edu.ua](mailto:tkachova.valeriia@pdaba.edu.ua), ORCID ID: 0000-0001-9943-1852

<sup>4</sup> Department of Heating, Ventilation, Air Conditioning, Heat and Gas Supply, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov Str., Dnipro, 49005, Ukraine, tel.: +38 (056) 756-34-92, e-mail: [solod.leontina@pdaba.edu.ua](mailto:solod.leontina@pdaba.edu.ua), ORCID ID: 0000-0002-4789-9514

<sup>5</sup> Department of Heating, Ventilation, Air Conditioning, Heat and Gas Supply, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov Str., Dnipro, 49005, Ukraine, tel.: +38 (056) 756-34-92, e-mail: [adehov.oleksandr@pdaba.edu.ua](mailto:adehov.oleksandr@pdaba.edu.ua), ORCID ID: 0000-0001-8837-4936

**Abstract. Problem statement.** The application of modern autonomous heat supply systems is one of the directions of reducing the consumption of natural energy resources. There are many different autonomous systems of heat supply of objects. One of the variants of such systems is the system with tube gas heaters. A tube gas heater consists of a gas burner, a radiating tube and a fan. One of the technical solutions for such heat supply systems is a tubular heater located inside the building structure. Increase of the efficiency of gas equipment can be achieved by operating this equipment in the condensation mode. Therefore, the operation of tubular gas heaters in building structures in the condensation mode is quite interesting in terms of increasing the efficiency of utilisation of the thermal potential of gaseous fuel and ensuring its saving. For research and practical design of autonomous heat supply systems with gas tube heaters in building structures with regard to the condensation mode of operation it is essential to develop a mathematical model for calculating the thermal and hydraulic modes of the system. **The purpose of the article** is to develop a mathematical model of an autonomous heat supply system with tubular gas heaters in building structures when operating in the condensation mode. **Conclusion.** The mathematical model of hydraulic and thermal modes of autonomous heat supply system with tubular gas heaters in building structures when operating in the condensation mode was developed. It is presented in the form of differential equations. The model is based on the equations of conservation of mass, motion and energy for the gas-air mixture inside the canal in two-phase flow, the equation of heat transfer inside the building structure, the equation of heat transfer from the external surface of the heater to the environment. The mathematical model of hydraulic and thermal modes of autonomous heat supply system with tubular gas heaters in building structures when operating in the condensation mode will be used to calculate and design such systems.

**Keywords:** *gas tube heaters; mathematical model; condensation of water vapor*

**Постановка проблеми.** Застосування сучасних автономних систем теплопостачання стало одним із напрямків скорочення споживання природних енергоресурсів. Існує велика кількість різних автономних систем теплопостачання об'єктів. Один із варіантів таких систем – це система із застосуванням трубчастих газових нагрівачів.

Трубчастий газовий нагрівач складається з газового пальника, випромінювальної труби та вентилятора [1]. Технічним рішенням застосування цього обладнання у системі теплопостачання став трубчастий нагрівач, розташований всередині будівельної конструкції [2].

Підвищення ефективності роботи газового обладнання можливо досягти за рахунок роботи цього обладнання в

конденсаційному режимі. Відповідно і можливість роботи трубчастих газових нагрівачів у будівельних конструкціях у конденсаційному режимі досить цікава з погляду підвищення ефективності використання теплового потенціалу газоподібного палива та забезпечення його економії. Для дослідження і практичного конструювання систем теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами (ТГН) у будівельних конструкціях (БК) з урахуванням конденсаційного режиму роботи необхідна математична модель розрахунку теплових і гідравлічних режимів системи.

**Аналіз публікацій.** Математичні моделі трубчастих газових нагрівачів описані в працях [3–5], де математична модель нагрівача розглядається як гідравлічний ланцюг із розподіленими параметрами відповідно до теорії гідравлічних ланцюгів. Режим конденсації в цих математичних моделях не враховується.

Математичному моделюванню трубчастого газового нагрівача розташованого в опалюваному просторі, який може працювати у конденсаційному режимі, присвячені праці [6; 7].

Математична модель ділянки для трубчастих газових нагрівачів у будівельних конструкціях розроблена у статті [8]. При цьому математичне моделювання системи теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами у будівельних конструкціях під час роботи в режимі конденсації не розглядалось.

**Мета статті** – побудувати математичну модель системи теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами у просторі будівельних конструкцій за роботи в режимі конденсації.

**Виклад матеріалу.** Автономна система теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами у будівельних конструкціях має просту конструкцію. Розміщення каналів у будівельній конструкції (план та розріз каналу) наведено на рисунку 1.

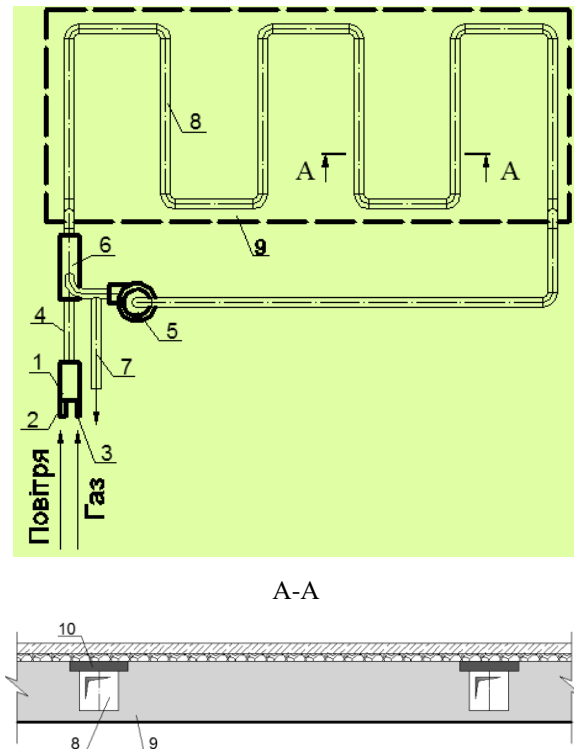


Рис. 1. Автономна система теплопостачання з ТГН у середовищі будівельних конструкцій:

- 1 – пальник; 2 – патрубок для подачі повітря;
- 3 – патрубок для подачі газу; 4 – початок лінійного нагрівача в теплоізоляції; 5 – вентилятор;
- 6 – ежектор; 7 – патрубок для відведення газоповітряної суміші; 8 – канали системи з газоповітряною сумішшю; 9 – будівельна конструкція підлоги;
- 10 – зовнішня будівельна пластина

Принцип роботи цієї системи такий само, як і трубчастого нагрівача, вільно розташованого в опалюваному просторі. Продукти згоряння з пальника надходять до каналів системи, які потім передають тепловий потік зі своєї поверхні в середовище будівельної конструкції, а звідти назовні.

Для підвищення ефективності роботи такого автономного теплопостачання запропоновано використання системи у конденсаційному режимі роботи.

Виникає необхідність розроблення математичної моделі для розрахунку теплових і гідравлічних режимів.

Спираючись на розробки [6–8], наводимо математичну модель системи теплопостачання з ТГН у середовищі будівельних конструкцій за роботи в режимі конденсації.

Тепловий та гідродинамічний режими роботи системи розглядаються стаціонарними і по одній поздовжній довжині нагрівача координаті  $z$ , а через простір будівельної конструкції – двовимірні по  $x$  та  $y$  координатах.

Розглядаються такі умови для системи:

Закони Кірхгофа (перший та другий) у матричній формі:

$$A \cdot V + Q = 0; \quad (1)$$

$$B \cdot H = 0. \quad (2)$$

Рівняння втрат тиску по ділянкам:

$$H + \bar{A} \cdot \bar{P} = 0, \quad (3)$$

де  $A$  – матриця з'єднань ланцюга;  $B$  – матриця контурів ланцюга;  $V = \{v_i\}$  – вектор масових витрат по ділянках,  $i = \overline{1, n}$ ;  $Q = \{q_j\}$  – вектор масових витрат у вузлах,  $j = \overline{1, m}$ ;  $\bar{P} = \{P_j\}$  – вектор втрат тиску у вузлах,  $j = \overline{1, m}$ ;  $H = \{h_i\}$  – вектор втрат тиску по ділянках,  $i = \overline{1, n}$ .

Рівняння втрати тиску на  $i$ -й ділянці:

$$h_i = \int_0^{l_i} dP_i \cdot dz_i, \quad (4)$$

де  $z_i$  – довжина  $i$ -ї ділянки.

По ділянках перепад тиску залежно від витрати  $v_i$ , температури  $T_i$ , густини  $\rho_i$  та швидкості  $w_i$ :

$$dP_i(z_i) = \psi_i(v_i, T_i(z_i), \rho_i(z_i), w_i(z_i), dT_i, d\rho_i, dw_i), \quad (5)$$

де  $v_i$  – витрата суміші в середині каналу системи на  $i$ -й ділянці;  $w_i(z_i)$  – швидкість руху суміші в середині каналу системи на  $i$ -й ділянці;  $T_i(z_i)$  – температура суміші в середині каналу системи на  $i$ -й ділянці;  $\rho_i(z_i)$  – густина суміші в середині каналу системи на  $i$ -й ділянці.

Для вузлів ланцюга рівняння балансу енергії:

$$\sum_{i \in I_{\text{вихід}}} v_i(l_i) \cdot C_{P_i} T_i(l_i) = \sum_{i \in I_{\text{вхід}}} v_i(0) \cdot C_{P_i} T_i(0), \quad j \in J, \quad (6)$$

де  $I_{\text{вихід}}$  – множина ділянок, які входять до вузла  $j$ ;  $I_{\text{вхід}}$  – множина ділянок, які виходять з вузла  $j$ ;  $C_{P_i}$  – теплоємність газоповітряної суміші за сталим тиском, Дж/кг °С.

Допустимі обмеження на значення швидкості та температури відповідно:

$$w_i(z_i) \leq w_i^{\text{дон}}(z_i); \quad (7)$$

$$T_i(z_i) \leq T_i^{\text{дон}}(z_i), \quad (8)$$

де  $w_i^{\text{дон}}(z_i)$  – допустима швидкість руху теплоносія в середині каналу системи на  $i$ -й ділянці, м/с;  $T_i^{\text{дон}}(z_i)$  – допустима температура теплоносія в середині каналу системи на  $i$ -й ділянці, °С.

Математична модель елементарної ділянки системи:

Вираз збереження маси:

$$M = \rho w F = \text{const}. \quad (9)$$

Вираз стану газоповітряної суміші у виразі рівняння стану ідеального газу:

$$p = \rho R T. \quad (10)$$

Вираз руху газоповітряної суміші всередині каналу:

$$dp = -\frac{\lambda}{D} \cdot \rho \cdot \frac{w^2}{2} \cdot dz_i + (\rho_a - \rho) \cdot g \cdot dh. \quad (11)$$

Рівняння теплового балансу для елементарної ділянки каналу системи довжиною  $dz_i$  у перетині.

Тепловий потік від теплоносія до стінки каналу системи, який передається конвекцією і випромінюванням, Вт:

$$dQ_1 = \Pi_i dz_i \alpha_{\Sigma i} (T - T_{wi}). \quad (12)$$

Зміна теплової енергії потоку теплоносія, що рухається:

$$d(\rho \cdot w F c_p T) = -dQ_1. \quad (13)$$

Розподіл тепла у просторі будівельної конструкції у вигляді рівняння теплопровідності з відповідними граничними умовами:

$$\frac{\partial^2 T_w}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 T_w}{\partial y_i^2} = 0. \quad (14)$$

Граничні умови для (14):

$$\alpha_{\Sigma_i}(T - T_{wi}) = -\lambda \left( \frac{\partial T_w}{\partial n} \right)_{wi} \text{ при } (x_i, y_i) \in wi; \quad (15)$$

$$-\lambda \left( \frac{\partial T_w}{\partial n} \right)_{we} = \alpha_{\Sigma_e}(T_{we} - T_o) \text{ при } (x_i, y_i) \in we. \quad (16)$$

Тепловий потік від зовнішньої поверхні будівельної конструкції в опалюване середовище, що передається конвекцією і випромінюванням, Вт:

$$dQ_2 = \Pi_e dz_i \alpha_{\Sigma_e}(T_{we} - T_o). \quad (17)$$

За стаціонарного теплового режиму:

$$dQ_1 = dQ_2. \quad (18)$$

Математична модель умовної ділянки вентилятора:

$$\Delta P_a = \Phi(M). \quad (19)$$

За законом Кірхгофа (другий закон) алгебраїчна сума втрат тиску у замкненому контурі дорівнює нулю:

$$\int dp(z_i) \cdot dz_i + \sum \Delta P_j(M) - \Delta P_a(M) = 0, \quad (20)$$

де  $\rho$  – густина газоповітряної суміші всередині каналу системи,  $\text{кг/м}^3$ ;  $w$  – середня лінійна швидкість руху суміші,  $\text{м/с}$ ;  $p$  – абсолютний тиск суміші в даному перетині каналу системи,  $\text{Па}$ ;  $F$  – площа поперечного перетину каналу системи,  $\text{м}^2$ ;  $T$  – абсолютна температура суміші в даному перетині каналу системи,  $^\circ\text{C}$ ;  $R$  – газова стала, що залежить від складу газоповітряної суміші за повного згорання газоподібного палива,  $\text{Дж/кг}^\circ\text{C}$ ;  $dp$  – перепад тиску газоповітряної суміші у каналі системи на ділянці довжиною  $dz_i$ ;  $D$  – внутрішній еквівалентний діаметр каналу системи,  $\text{м}$ ;  $\lambda$  – коефіцієнт тертя;  $(\rho_a - \rho) \cdot g \cdot dh$  – втрати тиску на самотягу;  $\rho_a$  – густина зовнішнього повітря,  $\text{кг/м}^3$ ;  $g$  – прискорення вільного падіння,  $\text{м/с}^2$ ;  $dh$  – довжина вертикальної ділянки димаря,  $\text{м}$ ;  $\Pi_i$  – внутрішній периметр каналу системи,  $\text{м}$ ;  $\alpha_{\Sigma_i}$  – ефективний коефіцієнт тепловіддачі (з урахуванням конвективної і променистої складових) від потоку суміші до стінки

каналу системи,  $\text{Вт/м}^2^\circ\text{C}$ ;  $T_{wi}$  – температура внутрішньої поверхні каналу системи в даному перетині,  $^\circ\text{C}$ ;  $T_w$  – температура всередині простору будівельної конструкції,  $^\circ\text{C}$ ;  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності,  $\text{Вт/м}^\circ\text{C}$ ;  $T_{we}$  – температура зовнішньої поверхні випромінювального каналу системи,  $^\circ\text{C}$ ;  $T_o$  – абсолютна температура повітря в опалюваному приміщенні,  $^\circ\text{C}$ ;  $\alpha_{\Sigma_e}$  – ефективний коефіцієнт тепловіддачі (з врахуванням конвективної і променистої складових) від зовнішньої поверхні системи в навколишнє середовище,  $\text{Вт/м}^2^\circ\text{C}$ ;  $\left( \frac{\partial T_w}{\partial n} \right)_{wi}$ ,  $\left( \frac{\partial T_w}{\partial n} \right)_{we}$  – градієнт температури за напрямком (відповідно) від потоку суміші до стінки каналу системи і від поверхні будівельної конструкції системи в опалюваний простір;  $\Pi_e$  – зовнішній периметр каналу системи,  $\text{м}$ ;  $\Delta P_a$  – активний напір вентилятора,  $\text{Па}$ ;  $\Phi$  – функція для певної пари «вентилятор–електродвигун»;  $dp(z_i) \cdot dz_i$  – розподіл тиску газоповітряної суміші на ділянці системи з трубчастими нагрівачами;  $\sum \Delta P_j(M) i$  – сума втрат тиску газоповітряної суміші в місцевих опорах по шляху руху;  $M$  – загальна витрата теплоносія,  $\text{кг/м}^3$ ;  $x_i$  та  $y_i$  – лінійні координати у перетині нагрівача.

При згорянні горючих газів у потоці повітря утворюється газоповітряна суміш, що містить водяну пару. Під час руху суміші вздовж каналу її температура зменшується, що може викликати конденсацію водяної пари з продуктів згорання.

Розглянемо ділянку конденсації системи теплопостачання з ТГН у будівельних конструкціях.

Умова конденсації – відповідність температури газоповітряної суміші ( $T$ ) температурі насичення водяної пари ( $T_{eg}$ ) за його парціального тиску:

$$T = T_{eg}(P_n). \quad (21)$$

Парціальний тиск водяної пари визначається співвідношенням:

$$P_n = a_n \cdot P, \quad (22)$$

де  $P$  – загальний тиск суміші всередині каналу;  $a_n$  – концентрація (об'ємна) водяної пари в газоповітряній суміші.

Об'ємна концентрація водяної пари ( $a_n$ ) є сталою від місця повного згоряння газу до місця, де можливе випадіння конденсату. Цю величину можна розрахувати за реакціями горіння газоподібного палива, його об'ємним складом, коефіцієнтом надлишку повітря і його вологості [9].

Об'ємні концентрації газоповітряної суміші і конденсату в двофазному потоці:

$$a_1 = \frac{F_1}{F}; \quad a_2 = \frac{F_2}{F}, \quad (23)$$

де  $a_1, a_2$  – об'ємні концентрації складових двофазного потоку: газоподібної суміші і конденсату;  $F$  – загальна площа перерізу каналу;  $F_1$  – площа перерізу каналу, що займає газоповітряна суміш;  $F_2$  – площа перерізу каналу, що займає конденсат.

Густина складових двофазного потоку: газоповітряної суміші і конденсату:

$$\rho_1 = a_1 \cdot \rho_1^0; \quad \rho_2 = a_2 \cdot \rho_2^0, \quad (24)$$

де  $\rho_1^0, \rho_2^0$  – справжня густина газоповітряної суміші і конденсату.

Масові витрати складових двофазного потоку на вході до ділянки конденсації:

$$M_{\text{ex1}} = \rho_1^0 \cdot w_1 \cdot F_1 = \rho_1^0 \cdot w_1 \cdot a_1 \cdot F = \rho_1 \cdot w_1 \cdot F; \quad (25)$$

$$M_{\text{ex2}} = \rho_2^0 \cdot w_2 \cdot F_2 = \rho_2^0 \cdot w_2 \cdot a_2 \cdot F = \rho_2 \cdot w_2 \cdot F, \quad (26)$$

де  $M_{\text{ex1}}$  – витрата газоподібної суміші,  $M_{\text{ex2}}$  – витрата конденсату.

Масові витрати складових двофазного потоку в кінці ділянки конденсації змінюються. Позначимо ці витрати:  $M_{\text{вх1}}$ ,  $M_{\text{вх2}}$  (індекс 1 відноситься до газоподібної суміші, індекс 2 – до конденсату).

Параметри потоку на виході також змінюються і визначаються такими виразами:

параметри газоповітряної суміші:

$$\rho_1^0 + d\rho_1^0; \quad w_1 + dw_1; \quad a_1 + da_1; \quad T_1 + dT_1; \quad (27)$$

параметри конденсату:

$$\rho_2^0 = \text{const}; \quad w_2 + dw_{21}; \quad a_2 + da_2; \quad T_2 + dT_2. \quad (28)$$

Якщо позначити об'ємну густину джерел фазового переходу, що розподілені в об'ємі каналу через  $m$  (кг/м<sup>3</sup>·с), отримаємо:

$$M_{\text{вх1}} - M_{\text{ex1}} = -mFdz; \quad (29)$$

$$M_{\text{вх2}} - M_{\text{ex2}} = mFdz. \quad (30)$$

Рівняння збереження маси:

$$\frac{1}{F} \cdot \frac{d}{dz} (\rho_1 w_1 F) = -m; \quad (31)$$

$$\frac{1}{F} \cdot \frac{d}{dz} (\rho_2 w_2 F) = m. \quad (32)$$

Рівняння руху:

$$\rho_1 w_1 \frac{dw_1}{dz} = -a_1 \frac{dP}{dz} - m(w_{12} - w_1) - \frac{\lambda_1}{D} \rho_1^0 \frac{w_1^2}{2} + (\rho_a - \rho_1^0)gdh; \quad (33)$$

$$\rho_2 w_2 \frac{dw_2}{dz} = -a_2 \frac{dP}{dz} + m(w_{12} - w_2) - \frac{\lambda_2}{D} \rho_2^0 \frac{w_2^2}{2} + \rho_2^0 gdh. \quad (34)$$

Рівняння енергії:

$$\rho_1 w_1 F d \left( i_1 + \frac{w_1^2}{2} \right) = -mFdz \left[ i_{12} - i_1 + \frac{(w_{12}^2 - w_1^2)}{2} \right] - dQ_{1c}. \quad (35)$$

$$\rho_2 w_2 F d \left( i_2 + \frac{w_2^2}{2} \right) = mFdz \left[ i_{12} - i_2 + \frac{(w_{12}^2 - w_2^2)}{2} \right] + dQ_{1c} - dQ_{2c}. \quad (36)$$

$$dQ_{1c} = \pi D dz \alpha_{1c} (T - T_c); \quad (37)$$

$$dQ_{2c} = D_2 dz \alpha_{2c} (T_c - T_{wi}), \quad (38)$$

де  $w_{12}, i_{12}$  – параметри обмінної маси;  $dQ_{1c}$  – тепловий потік конвекцією між газоподібною сумішшю і конденсатом;  $dQ_{2c}$  – тепловий потік, який передається конденсатом до стінки каналу;  $D_2$  – змочений периметр рідкої фази.

Тепловий потік через будівельну конструкцію та в опалюваний простір ділянки конденсації визначають рівняннями (14)–(17).

На основі рівнянь математичної моделі системи з трубчастими газовими нагрівачами у просторі будівельних конструкцій під час роботи в режимі конденсації можна робити розрахунки теплового і гідравлічного режимів таких систем тепlopостачання. Для

цього потрібно інтегрувати рівняння (31)–(38) за відомих початкових умов.

Початкові умови визначаються з розрахунку попередньої ділянки течії.

### Висновки

Математична модель (1)–(38) гідравлічного і теплового режимів автономної системи тепlopостачання з трубчастими газовими нагрівачами у будівельних конструкціях за роботи в режимі конденсації наведена у вигляді диференціальних рівнянь. В основі є рівняння збереження маси, руху та енергії для

газоповітряної суміші всередині каналу в умовах двофазного потоку, рівняння переносу тепла всередині будівельної конструкції, рівняння тепловіддачі від зовнішньої поверхні нагрівача до середовища.

Математична модель гідравлічного і теплового режимів автономної системи тепlopостачання з трубчастими газовими нагрівачами у будівельних конструкціях за роботи в режимі конденсації дозволить розраховувати і конструювати такі системи.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Иродов В. Ф., Ткачева В.В., Солод Л. В. Расчет температурных удлинений инфракрасного трубчатого газового обогревателя. *Theoretical Foundations of Civil Engineering: Polish–Ukrainian Transactions*. Vol. 19. Warsaw : Warsaw University of Technology, 2011. Pp. 381–386.
2. Система повітряно-променевого опалення : патент 83475 Україна (UA); МПК F24D 10/00. № 2658800430, № 1749400092, № 2819808522, № 3308901641; заявл. 03.04.2013; опубл. 10.09.2013. Бюл. № 17. 4 с.
3. Иродов В. Ф., Солод Л. В., Кобыща А. В. Математическое моделирование элементарного участка системы воздушно-лучистого отопления. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2001. № 4. С. 41–46.
4. Солод Л. В. Метод розрахунку і раціональні параметри інфрачервоних трубчастих газових обігрівачів : автореф. канд. дис. : 05. 23. 03. Харків : ХДТУБА, 2011. 20 с.
5. Дудкин К., Ткачева В., Данишевский В. Расчет теплового и гидравлического режима при проектировании многоконтурных трубчатых газовых нагревателей. *Theoretical Foundations of Civil Engineering. Polish–Ukrainian transactions*. Vol. 20. Warsaw : Warsaw University of Technology, 2013. Pp. 531–536.
6. Березюк А. Г., Ткачова В. В., Иродов В. Ф. Математическое моделирование трубчатого газового нагревателя с учетом конденсации водяного пара из газозвоздушной смеси. *Naukowe prace, praktyka, obracomania, innowacje : Zbiyr raportyw naukowych*. Zakopane : Diamond Trading Tour Publ., 2013. Pp. 7–13.
7. Березюк Г. Г., Иродов В. Ф. Математичне моделювання ділянки трубчастого газового нагрівача у конденсаційному режимі роботи. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2014. Вип. 5. С. 6–9.
8. Чорноморець Г. Я., Иродов В. Ф. Математичне моделювання трубчастих газових нагрівачів, розташованих у будівельних конструкціях. *Науковий вісник будівництва*. Харків, 2012. Вип. 68. С. 395–399.
9. Костюк О. П. Паливо та обладнання для його спалювання : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2011. 121 с.

## REFERENCES

1. Irodov V.F., Tkacheva V.V. and Solod L.V. *Raschet temperaturnykh udlinenij infrakrasnogo trubchatogo gazovogo obogrevatelya* [Calculation of temperature elongations of the infrared tube gas heater]. *Theoretical Foundations of Civil Engineering: Polish–Ukrainian transactions (conference)*. Warsaw : Warsaw University of Technology, 2011, no. 19, pp. 381–386. (in Russian).
2. *Sistema povitryano-promenevogo opalennya* [Air-beam heating system]. Ukrainian Patent, no. 83475 (UA): IPC F24D 10/00, no. 2658800430, no. 1749400092, no. 2819808522, no. 3308901641; statement 04.03.2013; published 10.09.2013. Bul. no. 17, 2013, 4 p. (in Ukrainian).
3. Yrodov V.F., Solod L.V. and Kobyschcha A.V. *Matematycheskoe modelyrovanye elementarnoho uchastka systemy vozdušno-luchystoho otopeniya* [Mathematical modelling of an elementary section of an air-radiant heating system]. *Visnyk Prydniprovskoi derzhavnoi akademii budivnystva ta arkhitektury* [Bulletin of the Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2001, no. 4, pp. 41–46. (in Russian).
4. Solod L.V. *Metod rozrakhunku i ratsional'ni parametry infrachervonykh trubchastykh hazovykh obihrivachiv : avtoref. kand. dys.* [Calculation method and rational parameters of infrared tubular gas heaters. Extended abstract of candidate's thesis]. Kharkiv : KhDTUBA Publ., 2011, 20 p. (in Ukrainian).
5. Dudkyn K., Tkacheva V. and Danyshevskiy V. *Raschet teplovogo i gidravlicheskogo rezhima pri proektirovanii mnogokonturnykh trubchatykh gazovykh nagrevatelej* [Calculation of thermal and hydraulic conditions in

the design of multi-circuit tubular gas heaters]. Theoretical Foundations of Civil Engineering : Polish-Ukrainian transactions (conference). Warsaw : Warsaw University of Technology, 2013, no. 20, pp. 531–526. (in Russian).

6. Berezjuk A.G., Tkachova V.V. and Irodov V.F. *Matematicheskoe modelirovanie trubchatogo gazovogo nagrevatelja s uchetom kondensacii vodjanogo para iz gazovozdushnoj smesi* [Mathematical modeling of the tubular gas heater based on the condensation of water vapor from the gas concoction]. Naykove Prace, Praktyka, Obracomania, Innowacje : zbiur raportuw naukowych. Zakopane : Diamond Trading Tour Publ., 2013, pp. 7–13. (in Russian).

7. Berezjuk H.H. and Irodov V.F. *Matematychni modelyuvannya dilyanky trubchastoho hazovoho nahrivacha u kondensatsiynomu rezhymi roboty* [Mathematical modeling of the area of tubular gas heater in the condensing mode of work]. *Visnyk Prydniprovskoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovska State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2014, iss. 5, pp. 6–9. (in Ukrainian).

8. Chornomorets H.Ya. and Irodov V.F. *Matematychni modeliuvannia trubchastykh hazovykh nahrivachiv, roztashovanykh u budivelnykh konstruktsiakh* [Mathematical modeling tube gas heaters located in building structures]. *Naukovyj visnyk budivnytstva : zb. nauk. prats* [Scientific Bulletin construction : coll. sc. works]. 2012, iss. 68, pp. 395–399. (in Ukrainian).

9. Kostiuk O.P. *Palyvo ta obladnannya dlya yoho spalyuvannya : navch. posib.* [Fuel and equipment for burning it : training manual]. 2011, Rivne : NUVHP Publ., 2011, 121 p. (in Ukrainian).

Надійшла до редакції: 12.03.2024.