

УДК 658.5

DOI: <https://doi.org/10.32782/2224-6282/189-36>**Новінський В.П.**

кандидат технічних наук, доцент,  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-8283-3445>

**Попенко В.Д.**

кандидат технічних наук,  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4500-2267>

**Novinskyi Valerii, Popenko Volodymyr**

National Technical University of Ukraine  
“Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”

## ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ В ПРОЦЕДУРАХ ПЛАНУВАННЯ MRP II

Засвоєння в Україні сучасних підходів до управління підприємством відбувається достатньо повільно, всупереч швидкому розвитку засобів програмування та інформатики взагалі. Прозорість, передбачуваність, впровадження загально визнаних процесів управління сприяє ефективності підприємств. Широко відома методологія Manufacturing Resource Planning II (MRP II) може забезпечити роботу підприємства без дефіцитів матеріалів і обладнання. З огляду на високі вимоги MRP II до організації підприємства і обчислювальних ресурсів, була здійснена спроба вдосконалення цього процесу з застосуванням методів оптимізації, як-от лінійне програмування, до центральної ланки процесу, якою є формування Головного календарного плану. Спеціалісти по плануванню все одно виконують ці процеси, але в більшості випадків не формалізовано, отже буде корисним запропонувати кілька формалізованих варіантів побудови Головного календарного плану в рамках методології MRP II.

**Ключові слова:** виробництво, планування, матеріали, продукти, напівпродукти, деталі та складальні одиниці.

## APPLICATION OF LINEAR PROGRAMMING METHOD IN MRP II PLANNING PROCEDURES

The assimilation of modern approaches to enterprise management in Ukraine is rather slow, contrary to the rapid development of programming tools and informatics in general. Transparency, predictability, implementation of generally recognized management processes contribute to the efficiency of enterprises. The widely known methodology of Manufacturing Resource Planning II (MRP II) can ensure the operation of the enterprise without shortages of materials and equipment. The MRP II standard describes the processes of the management system, which cover all phases of management: planning, organization of activities, accounting and rationing. For these processes, a set of procedures and methods that must be implemented is presented. Taking in account the high demands of MRP II on enterprise organization and computing resources, an attempt was made to improve this process by applying optimization method, such as linear programming, to the central link of the process, which is the formation of the Master Production Schedule. Planners still perform these processes, but in most cases not formalized, so it would be useful to offer them some formalized options for building a Master Production Schedule within the framework of the MRP II methodology. In the MRP II methodology, which is the de facto industry standard, during formation of the Master Production Schedule, in addition to the requirement for the MPS to meet the sales plan, the limitations that should affect the formation of the MPS are, first of all, limitations on the capacities of equipment (work centers) and limitations on the availability of materials, taking into account the duration of the procurement cycles of this or that material. The standard algorithm involves checking the constraints only after the MPS is formed, and if the latter violates some constraints, organizational measures must be taken to correct the situation (such as accelerated delivery of materials or the rental of additional equipment, which incurs additional costs), or the MPS must be redesigned. Instead, the authors suggest taking into account critical limitations already in the process of MPS formation. This is possible thanks to the formulation of constraints within the linear programming problem. In this case, if, for example, equipment capacity limitations are active, the linear programming algorithm from the very beginning distributes the production of product types to earlier planning intervals, smoothing the peak load on the work centers. Several strategies for scheduling manufacturing inventory replenishment are considered, such as replenishment to offset each sale; periodic replenishment; maximum top-ups as much as the limits allow. Proposed template in the form of spreadsheet for a better understanding of MPS construction options.

**Keywords:** production, planning, materials, products, semi-finished products, parts and assemblies.

**JEL classification:** C44, C61, L23

**Постановка проблеми.** Зі зростанням потужностей обчислювальних систем в управлінні підприємством стає можливим застосування математичних методів оптимізації у відомому стандарті виробничого плану-

вання MRP II, що дозволить пришвидшити і організаційно спростити процес планування.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Сьогодні важливим фактором виробництва є автоматизація та

інформатизація управління виробництвом. Найбільш цілісною та науково обґрунтованою видається теорія фінансового управління виробничими підприємствами та організаціями, куди можна включити фінансовий (бухгалтерський) облік, управлінський облік, управління грошовими потоками, бюджетування.

В області виробничого операційного менеджменту теж можливо перелічити ряд теорій, задіяних у системах управління. Відзначимо американський стандарт MRP II (Manufacturing Resource Planning – Планування ресурсів виробництва). MRP II є стандартом «де-факто», прийнятим світовою виробничою спільнотою. Він докладно викладений в [1].

В контексті виробничого менеджменту існують також теорія промислового інжинірингу Г. Форда [2], ТС (Theory of constraints – Теорія обмежень) Е.М. Голдратта [3], яка також викладена в [4], JIT/Lean (Lean Manufacturing – Ощадне виробництво), яка базується на ідеях Тайіті Оно [5] та системи TPS (Toyota Production System – Виробнича система Тойоти) [6], TQM (Total Quality Management – Тотальне управління якістю) [7], ідеологом якого можна вважати Е. Демінга.

Всі названі теорії важливі, але жодна, крім стандарту MRP II, не претендує на цілісну організацію щоденної поточної виробничої діяльності. Метод JIT/Lean працює на рівні робочих місць, якщо всі потрібні матеріали є на складах. JIT/Lean організує взаємодію робочих місць в умовах, створених іншою системою, яка планує на кілька тижнів або місяців наперед.

Теорія обмежень – парадигма менеджменту, яка концентрується на виявленні та розширенні «вузьких місць» виробництва, і в цьому сенсі вона корисна, але не регламентує щоденної виробничої діяльності.

Що стосується TQM, його автори бачать шлях до якості в описі і дотриманні процесів, але це не знімає необхідності мати і щоденно використовувати процеси формування планів виробництва по підприємству і робочих центрах, формування і контролю планів постачання матеріалів і таке інше. Ці процеси визначені в MRP II.

Основна концепція роботи системи класу MRP II представлена на рис. 1. Рисунок запозичений з [1, с. 4]. Це ланцюжок етапів з планування, організації виробничої діяльності та обліку зі зворотними зв'язками.

BUSINESS PLANNING є описом довгострокової стратегії і цілей по доходах, витратах і прибутках.

SALES AND OPERATIONS PLANNING (Планування Продажів та Операцій) – ланка, що пов'язує стратегічне та оперативне управління.

Об'єктами плану є групи продуктів (до десяти). Горизонтом планування як правило є рік, максимум три, це залежить від тривалості виробничих циклів та інших специфічних умов. Мінімальним інтервалом планування є квартал.

Процедура розробки ППО потребує наявності укрупненого плану продажу як вхідної інформації. План розробляється до горизонту планування до двох років, як правило, в вартісних показниках.

Для оперативних планів виробництва ППО задає додаткові потреби в продукції, наприклад, для компенсації сезонних коливань прогнозного попиту.

MASTER PRODUCTION SCHEDULING (розробка Головного календарного плану виробництва – ГКП). ГКП є основним виробничим планом. Потребує деталь-

ного календарного плану продажів на основі наявних замовлень, та початкових запасів продуктів. Горизонт планування визначається тривалістю виробничих та закупівельних циклів. Плановим інтервалом є день або тиждень. ГКП розробляється в кількісних показниках номенклатури продуктів.

MATERIAL REQUIREMENTS PLANNING (Планування потреб в матеріалах – ППМ). Тут календарні показники ГКП розкладаються відповідно до специфікацій продуктів в ієрархічні структури напівпродуктів (які виробляються на проміжних стадіях виробництва) та покупних матеріалів і комплектуючих (їх ми будемо називати матеріалами) з кількісним визначенням бруто-потреби (кількості споживання без врахування запасів). Розраховані кількісні бруто-потреби напівпродуктів додаються до ГКП і також завантажують виробничі потужності. Позиції ППМ з бруто-потребами для матеріалів перетворюються в нетто-потреби з урахуванням прогнозних запасів матеріалів та наявних відкритих замовлень на їх закупівлю, і агрегуються в партії закупівлі. Крім показників нетто-потреби розраховуються директивні терміни – моменти запуску і випуску кожної партії з виробництва. На підставі тривалості циклів закупівлі, нетто-потреб і директивних термінів визна-

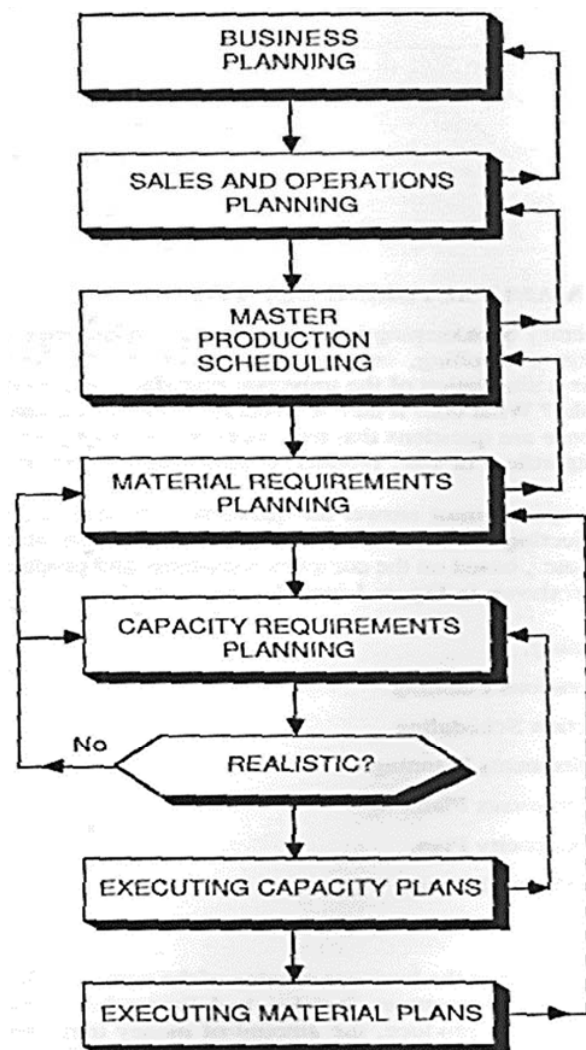


Рис. 1. Концепція системи MRP II

Джерело: [1, с. 4]

часться План закупівель матеріалів (ПЗМ), з директивними термінами запуску кожної закупівлі.

CAPACITY REQUIREMENTS PLANNING (Планування завантаження потужностей – ПЗП). На цьому етапі календарні показники ГКП по випуску продуктів та напівпродуктів відповідно до технологічних маршрутів розкладаються на ланцюжки технологічних операцій. Кожна операція призначається на певний робочий центр – обладнання, здатне виконати операцію. ПЗП показує для кожного робочого центру по календарю (робочі дні чи зміни) його завантаження в нормо-годинах по операціях технологічних маршрутів виробничих замовлень з ГКП.

REALISTIC? – це оцінка (перевірка) реалістичності виконання ПЗМ та ПЗП. Це відповідь на головне питання, чи буде план виробництва, зафіксований в ПЗП, забезпечений матеріалами відповідно до термінів ПЗМ. У MRP II [1, с. 41; 8, с. 52], передбачено, що ГКП розробляється без урахування обмежень по потужностях і матеріалах, а після цього він перевіряється на реалістичність.

EXECUTING CAPACITY PLANS (Виконання плану завантаження потужності). Це етап організації виконання ПЗП в цехах, що супроводжується обліком його виконання. Якщо окремі роботи виконуються з відставанням чи випередженням термінів, це є підставою для внесення змін до плану.

EXECUTING MATERIAL PLANS (Виконання плану закупівель матеріалів). Це етап організації виконання ПЗМ у підрозділах закупівлі матеріалів, а також облік його виконання. Якщо доставка партій матеріалів по окремих закупівельних замовленнях порушує терміни, план змінюється.

З боку інформаційної системи процес на рис. 1 реалізується «прямими розрахунками» на основі інформації бази даних (запаси, замовлення, нормативи тощо). Стандарт не передбачав процедур оптимізації, він передбачав створення умов для ритмічного протікання виробничого процесу з єдиною дисципліною взаємодії персоналу: менеджерів з продажу, власне виробничників та менеджерів з закупівель. Це був крок уперед в управлінні виробництвом.

На наш погляд, одною з причин відмови від застосування математичних методів у цій сфері була недосконалість тогочасних комп'ютерів та організації їх використання. Тому сьогодні треба спробувати розвинути можливості стандарту, задіявши методи оптимізації.

Дана робота в нашому розумінні розпочинає дослідження можливості застосування методів оптимізації і дослідження операцій зокрема для виконання розрахунків планів стандарту MRP II. На підставі наведеного вище опису концепції MRP II вважаємо, що варто почати з задач розрахунку Головного календарного плану та Плану завантаження потужностей. Здаються перспективними зведення формування ГКП до задачі лінійного програмування, а формування ПЗП – до задачі складання розкладу для робочих центрів.

**Метою статті** є змістовний опис можливості та варіантів зведення задачі розрахунку ГКП до задачі лінійного програмування.

**Виклад основних результатів дослідження.** Найбільш комплексною теорією виробничого менеджменту є стандарт MRP II завдяки наступному:

– він не залежить від типу виробництва (дискретне – неперервне, одиничне – серійне – масове, виробництво на склад – на замовлення тощо);

– він описує всі фази управління: планування, організацію діяльності, облік та нормування;

– для впровадження стандарту потрібна інформаційна система класу ERP (Enterprise Resource Planning) з певним стандартним функціоналом.

Стандарт реалізовано в лідируючих системах ERP. Опишемо процедуру формування ГКП у MRP II у відповідності з [1] та практичним досвідом авторів у використанні відповідного функціоналу систем класу ERP.

Ієрархія планів в системі MRP II представлена на рис. 2. Взаємодіють п'ять планів: План продажів (укрупнений та детальний), План продажів та операцій, Головний календарний план виробництва, План потреби в матеріалах (план закупівель), План завантаження потужностей.

Плани розподілені по сферах системи управління: бізнес-планування, оперативне планування і організація діяльності та облік [1, с. 9].

Період, де розробляються та виконуються плани MRP II, розділяється часовими межами на три зони: «лід», «шуга» і «вода».

Зона «лід» (це зона, де відбувається зараз виробництво, в цій зоні виконується ПЗП, який був підготовлений у попередньому циклі планування, і це виробництво забезпечено матеріалами); зона «шуга» (зона, де виробництво буде запущено в наступному циклі, а в поточному циклі планування визначаються ПЗП і ПЗМ); зона «вода» (в ній на підставі замовлень клієнтів визначаються Детальний план продажів, ГКП і План закупівель для матеріалів з великими циклами постачання).

На рис. 3 представлено розташування часових зон оперативного планування для двох циклів. Точка планування 1-го циклу виникає наприкінці поточної зони «лід». В цій точці до завершення зони «лід» послідовно розробляються плани, представлені на рис. 1, 2: Детальний план продажів, ГКП та ПЗМ з горизонтом до завершення зони «вода», ПЗП з горизонтом до завершення зони «шуга».

Коли закінчується час зони «лід», зона «шуга» стає зоною «лід», а рання частина зони «вода» стає зоною «шуга». Такий стиль планування носить назву «ковзючого» планування, де інтервал «ковзання» – тривалість зони «лід».

Центральними об'єктами формування ГКП є планове замовлення і виробниче замовлення. Згідно APICS Dictionary [9] ці замовлення означають наступне.

*Планове замовлення* створюється на основі плану продажів і містить продукцію, яка має бути вироблена та відвантажена покупцю, а дати і кількості відвантаження задовольняють план продажів.

*Виробниче замовлення* є розпорядженням для виробництва виробити певну деталь або продукт у певній кількості і на певну дату.

Отже, спочатку ГКП містить планові замовлення, а коли для них є потужності (у ПЗП) та матеріали (на складі), вони стають виробничими.

Горизонтом планування ГКП є інтервал з початку зони «шуга» до кінця зони «вода», інтервалами ГКП можуть бути робочі дні чи робочі тижні.





Рис. 2. Система планів MRP II

Джерело: [1, с. 9]

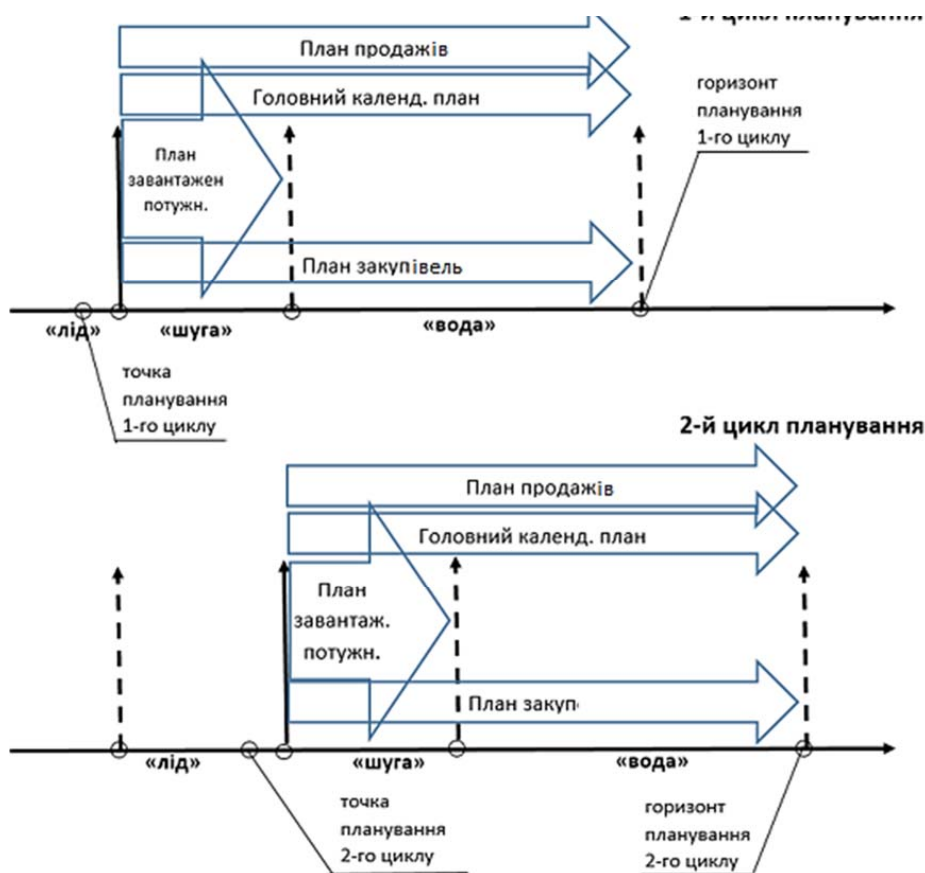


Рис. 3. Часові зони оперативного планування

Джерело: сформовано авторами

Замовлення містить продукт чи напівпродукт (або ДСО – деталь/ складальна одиниця), кількість, одиницю виміру, планові терміни запуску та випуску з виробництва, директивний термін – крайній термін випуску.

На першому етапі розрахунку ГКП формуються планові замовлення для ДСО продуктів. Вхідною інформацією є: Детальний план продажів (його рядок містить продукт, кількість, інтервал продажу); План продажів та операцій (рядок містить кількість продукту, яку треба виробити у певному інтервалі); прогноз запасів продуктів на початок зони «шуга» (розраховується на основі рівня поточних запасів, планів виробництва та продажів у зоні «лід»). Планові замовлення формуються на основі побудови так званого «падіння запасів». Відштовхуючись від прогнозного рівня запасів продуктів на початок зони планування, інтервал за інтервалом розраховується прогнозований рівень запасу продукту за мінусом плану продажів. Інтервал, який передре інтервалу з від'ємним запасом, є «точкою поповнення запасу» – це директивний термін планового замовлення. Схематично «падіння запасів» представлено на рис. 4.

У верхній частині рисунку представлений план продажів для трьох умовних продуктів по інтервалах з 1-го по 10-й. В нижньої частині представлено падіння запасів. Значення в клітинках В7:В9 – початкові запаси. «Точки поповнення запасів» виділено рамкою.

Планова кількість замовлення може обраховуватись з застосуванням різних прийомів, один з найпростіших – це «переслідування дефіциту». Відповідно до нього планові замовлення формуються для кожного інтервалу ГКП починаючи з «точки поповнення». Кількість в плановому замовленні дорівнює дефіциту наступного інтервалу.

На другому етапі робиться «прогін» формування ППМ, буде отримана сукупність ДСО залежного попиту – сукупність позицій виробництва напівпродуктів (додаткових планових замовлень), потрібних для виробництва вже спланованих продуктів. Розрахунок відбувається з використанням специфікацій (переліку ДСО продуктів з кількостями). Для отримання директивних дат цих замовлень та часової тривалості використовують «прогін» формування ПЗП (повний чи частковий). З використанням інформації про робочі центри та технологічні маршрути формуються плани виконання технологічних операцій по робочий центрах, обраховується їх завантаження в нормо-годинах по нормативах продуктивності центрів у технологічних операціях. По тривалостях операцій визначаються

тривалості технологічних процесів планових замовлень, і терміни запуску планових замовлень продуктів та ДСО.

Замовлення може змінювати свій стан, воно може бути: планове, затверджене, запущене, виконане тощо. Тобто спочатку замовлення планові, згодом вони стають виробничими (затвердженими, запущеними) і виконаними.

Під час формування ГКП постає питання, чи достатньо виробничих потужностей (фонду часу) робочих центрів. У стандарті MRP II цей аналіз передбачений на наступному етапі. Відомі лише завантаження робочих центрів у часі в розрізі планових та виробничих замовлень.

Інформаційні системи можуть бути реалізовані по-різному, але плани ті ж, оскільки вони реалізують стандарт MRP II. Обмеження при формуванні ГКП:

а) Треба задовольнити потреби з продажу продуктів на ринку, що задається Детальним планом продажів. Це перша складова обмеження знизу.

б) Треба задовольнити потреб в запасах для згладжування різних бізнес-факторів, як-от сезонне коливання попиту, що задається Планом продажів та операцій. Це друга складова обмеження знизу.

в) Не треба планувати виробництво кількості продукції, більшої ніж передбачено попередніми двома вимогами (перше обмеження зверху).

г) Треба використовувати не більше наявної виробничої потужності, з урахуванням нормативів продуктивності та фонду часу обладнання у відповідному інтервалі (друге обмеження зверху).

е) Треба використовувати не більше матеріалів, ніж можуть бути доступні (по строкам та кількостям) у відповідному інтервалі з урахуванням наявності і нормативів циклів постачання (третє обмеження зверху).

*Змістовний опис задачі формування ГКП як задачі лінійного програмування.* Під виробничим планом будемо розуміти план поповнення продуктів, тобто планується виробити не менше вказаної кількості і не пізніше вказаної дати. Приймемо, що змінними задачі лінійного програмування є планова кількість поповнення запасів різних продуктів в інтервалах зони планування. Планова кількість для конкретної пари продукт-інтервал визначає кількість продукту, яку треба виробити не пізніше означеного інтервалу.

Для конкретного продукту запас продукту – це кількість на початок інтервалу, яка визначається парою продукт-інтервал та обчислюється за два етапи. На першому етапі обчислюється запас на початок першого інтервалу зони планування: запас попереднього

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	продажі	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Продукт1	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
3	Продукт2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
4	Продукт3	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
6	падіння запасів										
7	Продукт1	35	25	15	5	-5	-15	-25	-35	-45	-55
8	Продукт2	50	30	10	-10	-30	-50	-70	-90	-110	-130
9	Продукт3	110	85	60	35	10	-15	-40	-65	-90	-115

Рис. 4. Дані «падіння запасів»

Джерело: сформовано авторами

інтервалу додати кількості надходження з виробничих замовлень у цьому попередньому інтервалі, та відняти відвантаження продукту згідно плану продаж та плану продажів та операцій в цьому інтервалі. На другому етапі аналогічно розраховується значення запасу для інтервалів зони планування.

Від обмежень формування ГКП а – е перейдемо до обмежень задачі лінійного програмування.

*Перше обмеження:* кількості поповнень не мають бути негативними.

*Друге обмеження:* усунення дефіциту календарних запасів кожного продукту в інтервалах зони планування. Це обмеження сформульоване вище у вигляді обмежень а і b. Для його реалізації автори пропонують п'ять варіантів розміщення точок поповнення.

*Варіант 0. Поповнення для кожного інтервалу з продажем.* Поповнення можливе в будь-якому інтервалі.

*Варіант 1. Поповнення пізніше першої «точки поповнення».* Поповнення розміщуються починаючи з інтервалу «точки поповнення» та пізніше. Це схематично представлено на рис. 6.

Варіанти 0 та 1 передбачають дрібні і часті поповнення запасів продуктів, які передують кожному інтервалу, в якому запланований його продаж, і не характерні для практики. JIT/Lean орієнтує виробництво на дрібніші партії для запобігання зайвим запасам, але витрати праці на планування замовлень і переналадку

обладнання тягнуть укрупнення партій виробництва продуктів.

*Варіант 2. Розміщення у періодичних «точках поповнення».* Поповнення розміщуються починаючи з інтервалу першої «точки поповнення» та далі періодично через однакову для продукту кількість інтервалів. Це схематично представлено на рис. 7. Для першого і другого продуктів «точки поповнення» створюються через 3 інтервали, для третього – через 2 інтервали.

*Варіант 3. Розміщення у «точках поповнення» по зонах планування.* Поповнення розміщуються починаючи з інтервалу першої «точки поповнення» – це «точка поповнення» зони «шуга». Для зони «вода» формується наступна «точка поповнення». Це схематично представлено на рис. 8.

Варіанти 2 і 3 розміщення поповнень передбачають поповнення відповідно до певної дисципліни планування, що зручно для планувальника, але не враховує нерівномірність потоку замовлень на продукти.

*Варіант 4. Розміщення у динамічних «точках поповнення».* Поповнення розміщуються починаючи з інтервалу першої «точки поповнення» (цей інтервал передуює виникненню дефіциту). Значення плану, які формуються в даних точках, максимально ліквідують дефіцит за принципом «поки вистачить потужності в інтервалі і наявних матеріалів». Так само формується наступна «точка поповнення», і так далі (рис. 9).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1 <b>продажі</b>		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
2 Продукт1		10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
3 Продукт2		20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
4 Продукт3		25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
6 <b>падіння запасів</b>											
7 Продукт1		35	25	15	5	-5	-15	-25	-35	-45	-55
8 Продукт2		50	30	10	-10	-30	-50	-70	-90	-110	-130
9 Продукт3		110	85	60	35	10	-15	-40	-65	-90	-115
11 <b>план виробництва</b>											
12 Продукт1											
13 Продукт2											
14 Продукт3											

Рис. 5. Зона встановлення значень виробничого плану

Джерело: сформовано авторами

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1 <b>продажі</b>		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
2 Продукт1		10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
3 Продукт2		20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
4 Продукт3		25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
6 <b>падіння запасів</b>											
7 Продукт1		35	25	15	5	-5	-15	-25	-35	-45	-55
8 Продукт2		50	30	10	-10	-30	-50	-70	-90	-110	-130
9 Продукт3		110	85	60	35	10	-15	-40	-65	-90	-115
11 <b>план виробництва</b>											
12 Продукт1											
13 Продукт2											
14 Продукт3											

Рис. 6. Зона встановлення значень виробничого плану у відповідності до Варіанту 1

Джерело: сформовано авторами

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
16											
17	<b>продажі</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
18	Продукт1	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
19	Продукт2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
20	Продукт3	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
22	<b>падіння запасів</b>										
23	Продукт1	<b>35</b>	25	15	5	-5	-15	-25	-35	-45	-55
24	Продукт2	<b>50</b>	30	10	-10	-30	-50	-70	-90	-110	-130
25	Продукт3	<b>110</b>	85	60	35	10	-15	-40	-65	-90	-115
27	<b>план виробництва</b>										
28	Продукт1										
29	Продукт2										
30	Продукт3										

Рис. 7. Зона встановлення значень виробничого плану по Варіанту 2

Джерело: сформовано авторами

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
33											
34		зона "лід"		зона "шуга"			зона "вода"				
35	<b>продажі</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
36	Продукт1	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
37	Продукт2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
38	Продукт3	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
40	<b>падіння запасів</b>										
41	Продукт1	<b>35</b>	25	15	5	-5	-15	-25	-35	-45	-55
42	Продукт2	<b>50</b>	30	10	-10	-30	-50	-70	-90	-110	-130
43	Продукт3	<b>110</b>	85	60	35	10	-15	-40	-65	-90	-115
45	<b>план виробництва</b>										
46	Продукт1										
47	Продукт2										
48	Продукт3										
50											

Рис. 8. Зона встановлення значень виробничого плану у відповідності до Варіанту 3

Джерело: сформовано авторами

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
52											
53	<b>продажі</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
54	Продукт1	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
55	Продукт2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
56	Продукт3	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
58	<b>падіння запасів</b>										
59	Продукт1	<b>35</b>	25	15	5	-5	-15	-25	-35	-45	-55
60	Продукт2	<b>50</b>	30	10	-10	-30	-50	-70	-90	-110	-130
61	Продукт3	<b>110</b>	85	60	35	10	-15	-40	-65	-90	-115
63	<b>план виробництва</b>										
64	Продукт1										
65	Продукт2										
66	Продукт3										

Рис. 9. Зона встановлення значень виробничого плану у відповідності до Варіанту 4

Джерело: сформовано авторами



Варіант 4 розміщення поповнень дозволяє врахувати особливості потоку замовлень на продукцію і обмеження виробництва.

Представлені п'ять варіантів обмежень усунення дефіциту підлягають формалізації, вони є альтернативними для другого обмеження задачі.

*Третє обмеження:* виробляти не більше ніж потрібно для Плану продажів і Плану продажів та операцій. Тобто сумарне виробництво для кожного продукту повинно дорівнювати дефіциту в останньому інтервалі на початок планування, а на початок наступного інтервалу запаси продуктів мають бути нульові.

*Четверте обмеження задачі:* виробляти не більше, ніж дозволяють наявні виробничі потужності. Очевидно, що плановий час робочих центрів має бути не більше фонду часу для кожного робочого центру та інтервалів зони планування. Потрібну планову потужність можна розрахувати як накопичувальний підсумок завантаження цього робочого центру від початку зони планування по всіх продуктах, де цей робочий центр використовується. Завантаження є добутком кількості продукту в плані виробництва на норматив продуктивності робочого центру для продукту. Фонд часу також є нормативом для робочого центру.

Дане обмеження дійсне для кожного робочого центру.

*П'яте обмеження:* планова потреба витрат матеріалів у виробництво повинна бути не більшою ніж плановий рівень запасів матеріалів.

Планову потребу можна розрахувати для будь-якого інтервалу та будь-якого матеріалу як накопичувальний підсумок витрат матеріалу від початку зони планування по всіх продуктах, де цей матеріал використо-

вується. Потреба розраховується як сума добутків планових кількостей виробництва продуктів на нормативи витрат матеріалу на продукт.

Для розрахунку планової кількості поповнення запасу матеріалу необхідні нормативи циклу постачання (кількість інтервалів для постачання партії матеріалу) та об'єму партії постачання. Плановий рівень запасу не змінюється для інтервалів від першого до інтервалу, попереднього для першого поповнення. Для інтервалів, які розташовані правіше – це зростаюча дискретна функція, яка з кожним наступним інтервалом зростає на величину планової партії постачання. Дане обмеження має місце для кожного матеріалу.

В якості *цільової функції* задачі можна взяти максимум чи мінімум завантаження всіх робочих центрів, або інший критерій. Зміст критерію не має великого значення, адже рішення має бути в вузькому коридорі, який задано планом продажу. Головна мета задачі – перевірка дотримання обмежень. Традиційні фінансові критерії, як-от прибуток, в цій моделі не працюють, адже у всіх варіантах плану значення цих критеріїв не змінюються.

*Апробація задачі формування ГКП як задачі лінійного програмування.* Її проведемо для варіанту 0 за допомогою MS Excel та його ad-on Розв'язувач задач. Вхідні дані для визначення моделі представлені на рис. 10.

В прикладі розглядається модель з трьома продуктами П1, П2, П3, одним матеріалом та одним робочим центром. Зоною планування є 10 інтервалів.

В комірках В2:К4 розташовані значення плану продажів. В комірках В7:К9 розташовані значення падіння

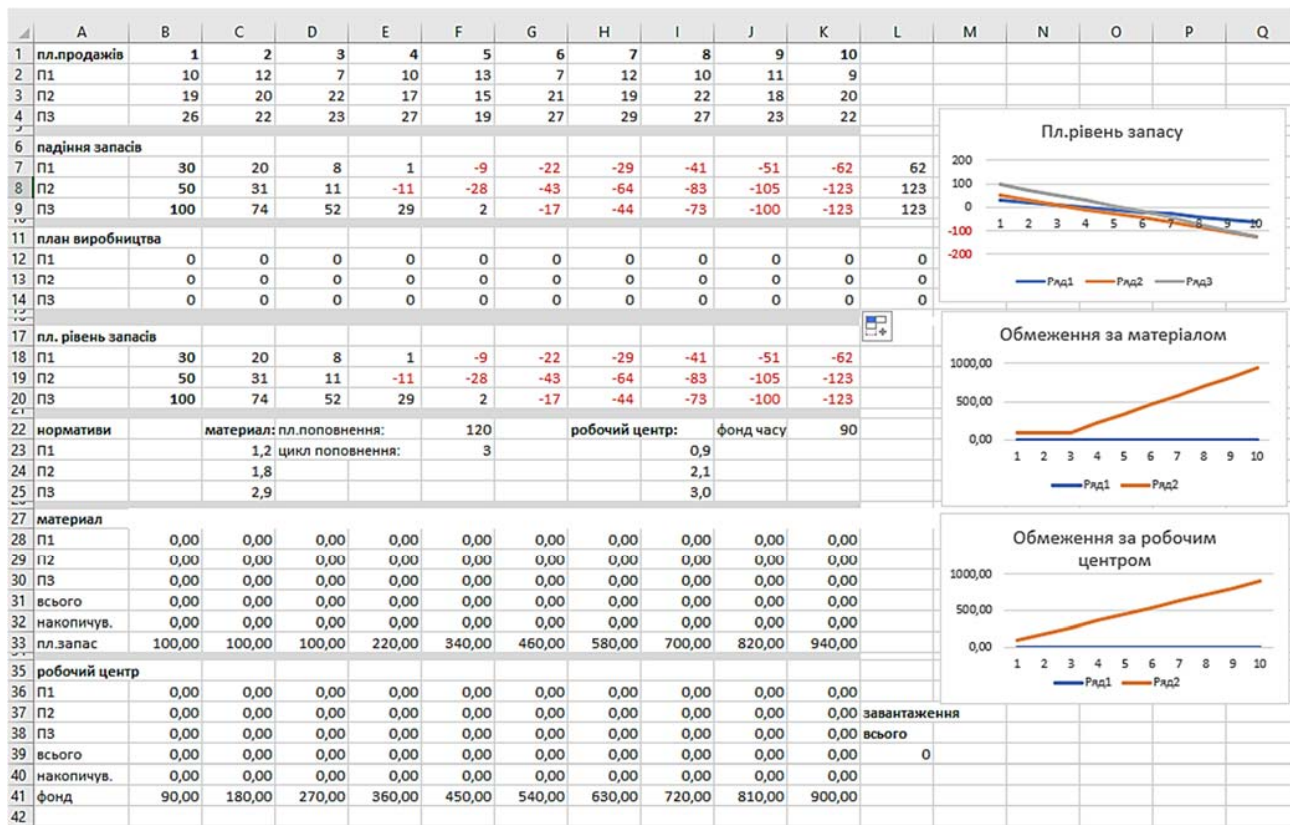


Рис. 10. Вхідні дані для визначення моделі

Джерело: сформовано авторами



запасів, відповідно плану продажів та початкових запасів продуктів (B7:B9). В комірках L7:L9 – підсумковий дефіцит. В комірках B12:K14 – змінні моделі, значення плану виробництва, які підлягають розрахунку. В комірках L12:L14 – сумарний план виробництва. В комірках B18:K20 – планові запаси продуктів з урахуванням плану виробництва.

В рядках 22:24 розташована інформація про нормативи витрат та постачання матеріалу та потреби завантаження потужності робочого центру та його фонду часу. Комірки C23:C25 – норми витрат матеріалу на виробництво продуктів. Комірка F22 – планова партія постачання в кожному інтервалі поза межами циклу постачання. Комірка F23 – цикл постачання (поповнення). Комірки I23:I25 – норми продуктивності робочого центру на виробництво продуктів. Комірка K22 – фонд часу робочого центру в кожному інтервалі. В комірках B28:K30 – розрахована потреба витрат матеріалу на план виробництва. В комірках B31:K31 – підсумок потреби витрат. В комірках B32:K32 – накопичувальний підсумок потреби витрат. В комірках B33:K33 – розрахований максимальний рівень запасу матеріалу. В комірниці B33 – значення початкового запасу матеріалу. В комірках B36:K38 – потреба в часі робочого центру на план виробництва. В комірках B39:K39 – підсумок

потреби в часі. В комірках B40:K40 – накопичувальний підсумок потреби в часі. В комірках B41:K41 – накопичувальний фонд часу, який зростає на величину фонду часу за кожний інтервал. В комірниці L39 – сума завантаження потужності робочого центру.

В правій частині аркуша Excel розташовані діаграма планового рівня запасів, діаграма порівняння планової потреби витрат матеріалу з плановий рівнем запасу матеріалу, діаграма порівняння фонду часу з потрібною плановою потужністю робочого центру.

За допомогою Розв'язувача задач (Дані -> Розв'язувач) можна визначити модель задачі лінійного програмування. Вона представлена на рис. 11. Цільова функція – це комірка L39, її треба максимізувати. Змінні задачі – це комірки B12:K14. Перше обмеження задачі B12:K14  $\geq 0$  – план виробництва не є від'ємним. Друге обмеження B18:K20  $\geq 0$  – запаси продуктів в зоні планування не є від'ємними. Третє обмеження B32:K32  $\leq$  B33:K33 – планова потреба витрат матеріалів у виробництві не є більшою ніж плановий рівень запасу матеріалів. Четверте обмеження B40:K40  $\leq$  B41:K41 – потрібний плановий час робочого центру не є більшим за фонду часу. П'яте обмеження L7:L9 = L12:L14 обмеження на об'єми виробництва – не виробляти зайвого.

Параметри розв'язувача

Оптимізувати цільову функцію:

До:  Максимум  Мінімум  Значення:

Змінюючи клітинки змінних:

Підлягає обмеженням:

- 
- 
- 
- 
- 

Зробити необмежені змінні не від'ємними

Виберіть метод розв'язання:

Метод розв'язання

Для розв'язання гладких нелінійних задач виберіть розв'язувач нелінійних задач за методом зведеного градієнта. Для розв'язання лінійних завдань виберіть розв'язувач за симплекс-методом, для негладких завдань виберіть розвиваний розв'язувач.

Рис. 11. Модель задачі лінійного програмування

Джерело: сформовано авторами

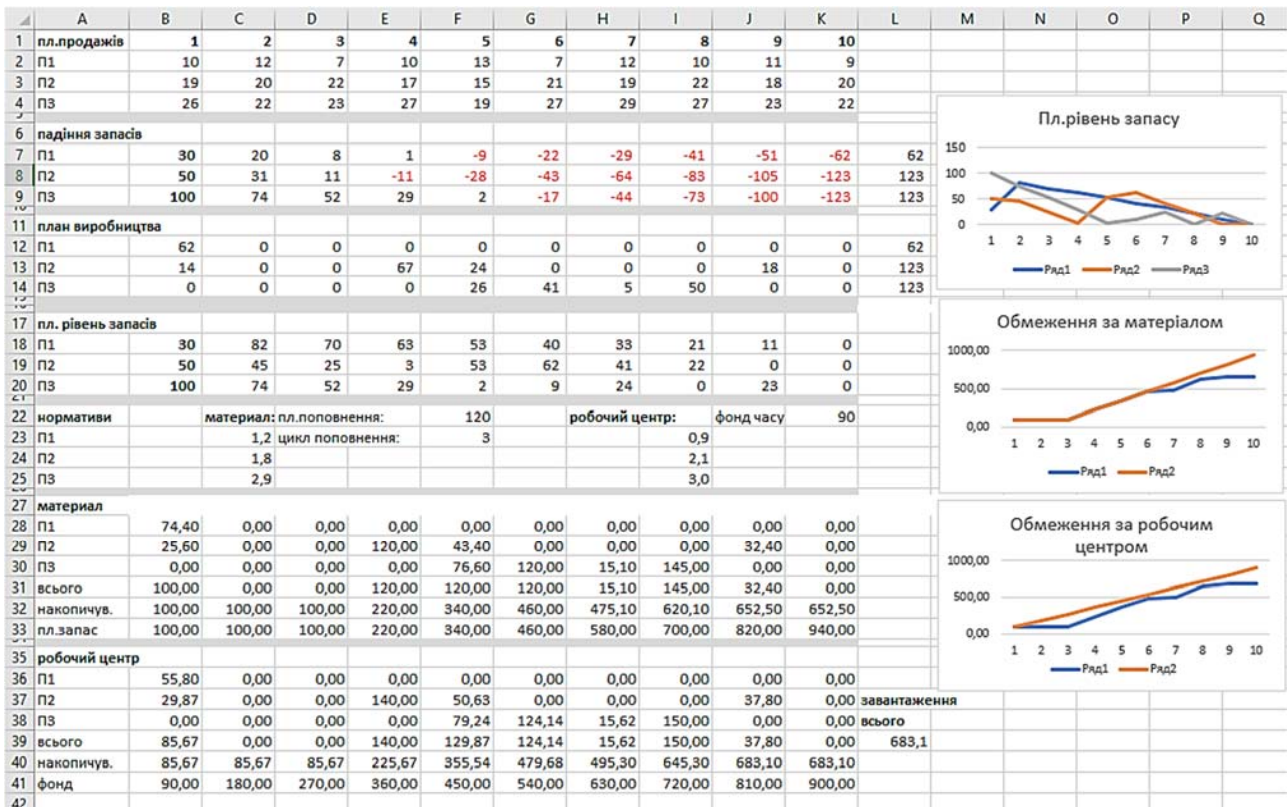


Рис. 12. Результати розв’язання задачі лінійного програмування

Джерело: сформовано авторами

Розв’язання проводиться за допомогою симплекс-методу. Результат представлений на рис. 12. Виконуються обмеження по матеріалах і потужностях. Сумарні об’єми виробництва дорівнюють підсумковому дефіциту. Дана модель відповідає варіанту 0, на її основі можна провести апробацію інших варіантів.

**Висновки.** Описана модель використовується в навчальному процесі, також вона може бути корисною менеджерам для опанування стандарту MRP II. Наведений приклад у вигляді *xlsx*-файлу є доступним за посиланням [https://docs.google.com/spreadsheets/d/14d45jnYA5rcZHhm\\_bEgzi1qyEDy29WLz/edit?usp=drive\\_link&oid=114728324013759458622&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/spreadsheets/d/14d45jnYA5rcZHhm_bEgzi1qyEDy29WLz/edit?usp=drive_link&oid=114728324013759458622&rtpof=true&sd=true)

Проведена серія розрахунків з використанням варіанту 2 розміщення поповнень (періодичні поповнення) демонструє наступну поведінку алгоритму визна-

чення ГКП. В разі все більш «жорсткого» обмеження по виробничій потужності точки поповнення зсуваються на більш ранні інтервали, наскільки дозволяють інші обмеження (по матеріалах). Але згідно стандарту MRP II [1, с. 41], в разі порушення ГКП обмеження потужності обладнання має місце рекомендація в першу чергу здійснювати організаційні заходи, як-от додаткові зміни і перерозподіл роботи на інші робочі центри, і лише після цього зменшувати випуск продукції у ГКП, можливо, відмовляючись від деяких замовлень клієнтів. Ці заходи пов’язані з додатковими витратами, яким може запобігти вдосконалений алгоритм планування.

Метою подальших досліджень є математичне формулювання задач, які відповідають варіантам 0 – 4 розміщення поповнень запасів продукції, а також порівняльний аналіз цих варіантів.

**Список використаних джерел:**

1. Landvater D.V., Gray C.D. MRP II Standard System: A Handbook for Manufacturing Software Survival. Wiley, 1995. 352 p.
2. Генрі Форд Мое життя та робота. Переклад з англійської Уляни Джаман. Київ : Наш Формат, 2015. 384 с.
3. Eliyahu M. Goldratt. What is this Thing Called Theory of Constraints and how Should it be Implemented? North River Press, 1990. 162 p.
4. Eli Schragenheim, H William Dettmer. Manufacturing at Warp Speed. Optimizing Supply Chain Financial Performance. The CRC Press Series on ConstraintsManagement, 2001. 376 p.
5. Ohno, Taiichi, Just-In-Time for Today and Tomorrow, Productivity Press, 1988.
6. Monden, Yasuhiro (1998), Toyota Production System, An Integrated Approach to Just-In-Time, Third edition, Norcross, GA: Engineering & Management Press.
7. What is total quality management (TQM)? The American Society for Quality resource page on TQM. URL: <https://asq.org/quality-resources/total-quality-management> (дата звернення: 07.02.2024).
8. Leon, Alexis. Enterprise Resource Planning. New Delhi, Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 2006. 308 p.
9. APICS dictionary, 16<sup>th</sup> Edition, version 6.0. – Association for Supply Chain Management. URL: <https://www.ascm.org/apics-dictionary-16th-edition/>

**Referenses:**

1. Landvater D. V., Gray C. D. (1995) *MRP II Standard System: A Handbook for Manufacturing Software Survival*. Wiley.
2. Ford Henry, Crowther Samuel (1922) *My Life and Work*. New York: Garden City Publishing Company.
3. Goldratt Eliyahu M. (1990) *What is this Thing Called Theory of Constraints and how Should it be Implemented?* North River Press.
4. Eli Schragenheim, H. William Dettmer (2001) *Manufacturing at Warp Speed. Optimizing Supply Chain Financial Performance*. CRC Press.
5. Ohno Taiichi (1988) *Just-In-Time for Today and Tomorrow*. Productivity Press.
6. Monden Yasuhiro (1998) *Toyota Production System, An Integrated Approach to Just-In-Time*. Third edition. Norcross, GA: Engineering & Management Press.
7. What is total quality management (TQM)? The American Society for Quality resource page on TQM. Available at: <https://asq.org/quality-resources/total-quality-management>
8. Leon Alexis (2006) *Enterprise Resource Planning*. New Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited.
9. American Production and Inventory Control Society (2003) Apics dictionary (Nyeste). Apics. Available at: <https://www.ascm.org/apics-dictionary-16th-edition/>