

НАУКОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ

УДК 681.586:53.088

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРЕХОСЕВОГО МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО
АКСЕЛЕРОМЕТРА ДЛЯ ИНКЛИНОМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ И
ОРИЕНТАЦИИ СКВАЖИН**

Г. Н. Ковшов, д. т. н., проф., Л. И. Живцова, асс.

Ключевые слова: математическая модель, блок акселерометрических преобразователей, погрешность, инклинометр, переко́с, алгоритмическая коррекция, зенитный угол, угол установки отклонителя

Постановка проблемы. В условиях интенсивного развития наклонно–направленного и горизонтального бурения все больше возрастают требования к точности проводки ствола скважины в требуемую область продуктивной зоны [1].

Точность проводки ствола скважины, во многом, определяется метрологическими характеристиками устройств контроля пространственной ориентации скважины – инклинометрическими устройствами, в состав которых входят акселерометрические первичные преобразователи.

Являясь высокоточными первичными преобразователями, в частности, акселерометры серии ADXL, позволяют измерять ускорения в диапазоне от $\pm 5g$ до $\pm 1,7g$ с порогом чувствительности $5 \cdot 10^{-3} g$, остаются работоспособными после действия перегрузок до 1000 единиц [8].

Однако, несмотря на высокие точностные характеристики, появляется погрешность в определении зенитного угла и угла установки отклонителя, контролируемых объектов, вызванные неточностью установки акселерометрических преобразователей в корпусе инклинометра.

Анализ публикаций. В работах [2; 3; 5] рассматриваются инструментальные погрешности инклинометра на основе трех и двух жестко закрепленных одноосевых акселерометрических преобразователей, обусловленные неортогональностью первичных преобразователей относительно собственных осей измерения.

С развитием приборостроения предлагаются инклинометры на основе блока трехосевого или двухосевого микромеханического акселерометрического преобразователя [6 – 8]. Выпускаемые серийно, они имеют нормированные метрологические характеристики, указанные в документации на изделие. Взаимная неортогональность осей чувствительности блока трехосевого акселерометрического преобразователя составляет $\pm 0,1^\circ$ [8], что, является одним из важных параметров определяющим точность вычисления зенитного угла и угла установки отклонителя.

Однако, при выставке блока акселерометрического преобразователя в корпусе инклинометрического устройства наблюдается несоответствие осей измерения первичных преобразователей относительно осей измерения корпуса устройства, что приводит к появлению погрешностей в измерениях.

В связи с этим исследование погрешностей, возникающих, при первоначальной выставке блока акселерометрического преобразователя относительно корпуса устройства и определение возможных путей их коррекции представляет собой вполне определенный научный и практический интерес.

Предлагается алгоритмическая коррекция результатов измерения, т. е. в математической модели блока трехосевого акселерометрического преобразователя для инклинометра, учитывать переко́с осей измерения инклинометра с осями измерения блока трехосевого микромеханического акселерометра.

Цель статьи. Разработать математическую модель инклинометра на основе блока трехосевого акселерометрического преобразователя, с учетом переко́сов осей измерения инклинометра с осями измерения блока трехосевого микромеханического акселерометра.

Основной материал. Для разработки математической модели инклинометра принимается правая система координат (рис. 1).

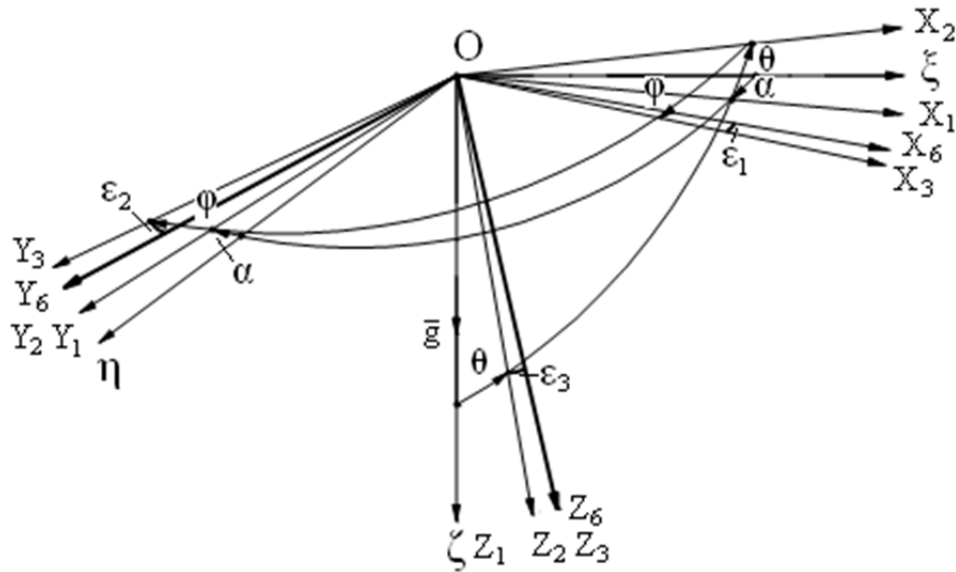


Рис. 1 Системы координат для подземных устройств, связывающие инклинометрическое устройство с неподвижной системой координат

Введем неподвижную связанную с Землей систему координат – $O\xi\eta\zeta$ (репер R_0), направив ось $O\zeta$ вдоль вектора свободного падения, ось $O\eta$ лежит в плоскости горизонта и направлена по географическому меридиану на Север, ось $O\xi$ – перпендикулярно осям $O\eta$, $O\zeta$

Проекция вектора ускорения силы тяжести \bar{g}_{R_0} в системе координат $R_0(O\xi\eta\zeta)$ такова :

$$\begin{pmatrix} g_{X_0} \\ g_{Y_0} \\ g_{Z_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix}. \quad (1)$$

С плоскостью наклона скважины, свяжем систему координат $O X_1 Y_1 Z_1$ (репер – R_1), полученную вращением на угол азимута α , вокруг оси $O\zeta$, относительно неподвижной системы $R_0(O\xi\eta\zeta)$, связанная с матрицей поворота [4] :

$$A_{\alpha(3)} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Система координат $O X_2 Y_2 Z_2$ (репер – R_2), связана с осью наклона скважины, получена вращением на зенитный угол θ , связанная с матрицей поворота :

$$A_{\theta(2)} = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Система координат $O X_3 Y_3 Z_3$ (репер – R_3), получена вращением вокруг оси $O Z_2$ на визирный угол φ , связанная с матрицей поворота :

$$A_{\varphi(3)} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Проекции вектора \bar{g}_{R_0} на оси репера $R_3 (OX_3Y_3Z_3)$ параллельно которым установлен блок трехосевого акселерометрического преобразователя, найдутся из :

$$\bar{g}_{R_3} = A \cdot \bar{g}_{R_0},$$

где $A = A_{\varphi(3)} \cdot A_{\theta(2)} \cdot A_{\alpha(3)}$ – матрица направляющих косинусов, между репером R_0 и R_3 :

$$A = \begin{vmatrix} \cos\varphi\cos\theta\cos\alpha - \sin\varphi\sin\alpha & \cos\varphi\cos\theta\sin\alpha + \sin\varphi\cos\alpha & -\cos\varphi\sin\theta \\ -\sin\varphi\cos\theta\cos\alpha - \cos\varphi\sin\alpha & -\sin\varphi\cos\theta\sin\alpha + \cos\varphi\cos\alpha & \sin\varphi\sin\theta \\ \sin\theta\cos\alpha & \sin\theta\sin\alpha & \cos\theta \end{vmatrix}.$$

Учитывая, что при ортогональном преобразовании модули проектируемого вектора и его скалярное произведение в исходной и проектируемой системе координат одинаковы $|\bar{g}_{R_3}| = |\bar{g}_{R_0}|$, получим математическую модель данного преобразователя :

$$\begin{cases} \bar{g}_{R_3} = A_{\varphi(3)} \cdot A_{\theta(2)} \cdot A_{\alpha(3)} \cdot \bar{g}_{R_0} \\ |\bar{g}_{R_3}| = |\bar{g}_{R_0}| \end{cases} \quad (5)$$

Введем обозначения :

$$\frac{1}{|\bar{g}_{R_0}} \cdot \bar{g}_{R_3} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где $b_i, i=1, 2, 3$ – выходные сигналы первичных преобразователей блока акселерометра, приведенные к безразмерному виду.

Перепишем уравнение (5) с учетом (6) в скалярном виде :

$$\begin{cases} b_1 = -\cos\varphi \cdot \sin\theta \\ b_2 = \sin\varphi \cdot \sin\theta \\ b_3 = \cos\theta \\ b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = 1 \end{cases} \quad (7)$$

Совокупность тригонометрических соотношений (7) является математической моделью инклинометра на основе блока трехосевого акселерометрического преобразователя, в скалярном виде.

Однако, оси чувствительности, блока трехосевого акселерометра, при сборке, в инклинометре устанавливаются с некоторой погрешностью, из-за неточности установки блока акселерометрических преобразователей в корпус инклинометра, что, безусловно, приводит к появлению погрешностей в определении зенитного угла и угла установки отклонителя контролируемых объектов.

Пусть оси чувствительности блока трехосевого акселерометрического преобразователя повернуты относительно репера $R_3 (OX_3Y_3Z_3)$, связанного с корпусом инклинометра, на некоторые малые углы.

Зададим ошибки поворота осей чувствительности блока трехосевого акселерометра, соответственно векторами $\bar{\varepsilon}_1 (\varepsilon_{11}, \varepsilon_{21}, \varepsilon_{31})$, $\bar{\varepsilon}_2 (\varepsilon_{12}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{32})$, $\bar{\varepsilon}_3 (\varepsilon_{13}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{33})$, здесь обозначено $\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}, \varepsilon_{3i} i=1, 2, 3$ – малые углы поворота оси чувствительности блока трехосевого акселерометра, вокруг первой оси ($O X_3$), второй ($O Y_3$), третьей ($O Z_3$) оси.

Введем кососимметричные матрицы $\tilde{\varepsilon}_1, \tilde{\varepsilon}_2, \tilde{\varepsilon}_3$, сопоставимые векторам $\bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2, \bar{\varepsilon}_3$:

$$\tilde{\varepsilon}_1 = \begin{vmatrix} 0 & -\varepsilon_{31} & \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{31} & 0 & -\varepsilon_{11} \\ -\varepsilon_{21} & \varepsilon_{11} & 0 \end{vmatrix}, \quad \tilde{\varepsilon}_2 = \begin{vmatrix} 0 & -\varepsilon_{32} & \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{32} & 0 & -\varepsilon_{12} \\ -\varepsilon_{22} & \varepsilon_{12} & 0 \end{vmatrix}, \quad \tilde{\varepsilon}_3 = \begin{vmatrix} 0 & -\varepsilon_{33} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{33} & 0 & -\varepsilon_{13} \\ -\varepsilon_{23} & \varepsilon_{13} & 0 \end{vmatrix}$$

Спроектируем вектор ускорения силы тяжести \bar{g}_{R_0} на оси чувствительности блока трехосевого акселерометрического преобразователя, повернутого относительно репера R_3 , связанного с корпусом инклинометра на малые углы $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{21}, \varepsilon_{31}$:

$$\vec{g}_{R6}^* = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_{\varphi(3)} \cdot A_{\theta(2)} \cdot A_{\alpha(3)} \cdot \vec{g}_{R0}, \quad (8)$$

где A_1, A_2, A_3 – матрицы поворотов [3]:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon_{11} & \sin \varepsilon_{11} \\ 0 & -\sin \varepsilon_{11} & \cos \varepsilon_{11} \end{pmatrix} = E + \varepsilon_{11} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot (\varepsilon_{11}) = E + \varepsilon_{11} \cdot E_1,$$

$$A_2 = E + \varepsilon_{21} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot (\varepsilon_{21}) = E + \varepsilon_{21} \cdot E_2,$$

$$A_3 = E + \varepsilon_{31} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot (\varepsilon_{31}) = E + \varepsilon_{31} \cdot E_3,$$

Перемножаем матрицы:

$$A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 = (E + \varepsilon_{11} \cdot E_1) (E + \varepsilon_{21} \cdot E_2) (E + \varepsilon_{31} \cdot E_3) = \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_{31} & \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{31} & 1 & \varepsilon_{11} \\ -\varepsilon_{21} & \varepsilon_{11} & 1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Подставив (9) в (8), с учетом (1–4) получим:

$$\vec{B}^* = (E - \tilde{\varepsilon}_{ij}) \cdot \vec{B} \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (10)$$

где $\vec{B}^*(b_1^*, b_2^*, b_3^*)$ – показания блока акселерометров, с учетом погрешности установки, относительно корпуса;

$\vec{B}(b_1, b_2, b_3)$ – при отсутствии погрешности установки.

Или представленные в скалярном виде:

$$\begin{aligned} b_1^* &= b_1 - b_3 \varepsilon_{21} + b_2 \varepsilon_{31}, \\ b_2^* &= b_2 - b_1 \varepsilon_{32} + b_3 \varepsilon_{12}, \\ b_3^* &= b_3 + b_1 \varepsilon_{23} - b_2 \varepsilon_{13}. \end{aligned} \quad (11)$$

Или

$$\begin{aligned} b_1^* &= -\cos \varphi \sin \theta - \varepsilon_{21} \cos \theta + \varepsilon_{31} \sin \varphi \sin \theta, \\ b_2^* &= \sin \varphi \sin \theta + \varepsilon_{32} \cos \varphi \sin \theta + \varepsilon_{12} \cos \theta, \\ b_3^* &= \cos \theta - \varepsilon_{23} \cos \varphi \sin \theta - \varepsilon_{13} \sin \varphi \sin \theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Системы уравнений (11, 12) являются основными скалярными уравнениями, связывающие показания блока трехосевого микромеханического акселерометра \vec{b}_i^* с погрешностью $\tilde{\varepsilon}_i$ установки его в корпусе инклинометра.

Если экспериментально определены погрешности установки $\tilde{\varepsilon}_i$, то можно ввести коррекцию в значения зенитного угла и угла установки отклонителя.

Для этого разрешим матричное уравнение (10) относительно вектора \vec{B} , умножив его слева на обратную матрицу $(E - \tilde{\varepsilon}_{ij})^{-1}$:

$$\begin{aligned} (E - \tilde{\varepsilon}_{ij})^{-1} \vec{B}^* &= (E - \tilde{\varepsilon}_{ij})^{-1} (E - \varepsilon_{ij}) \vec{B}, \\ \vec{B} &= (E + \tilde{\varepsilon}_{ij}) \cdot \vec{B}^*, \end{aligned}$$

или в скалярном виде:

$$\begin{aligned} b_1 &= b_1^* - b_2^* \varepsilon_{31} + b_3^* \varepsilon_{21}, \\ b_2 &= b_2^* + b_1^* \varepsilon_{32} - b_3^* \varepsilon_{12}, \\ b_3 &= b_3^* - b_1^* \varepsilon_{23} + b_2^* \varepsilon_{13}. \end{aligned}$$

Зенитный угол θ и угол установки отклонителя φ с учетом неточности установки трехосевого блока микромеханического акселерометра относительно корпуса устройства таковы:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\varphi &= -\frac{b_2^* + b_1^* \varepsilon_{32} - b_3^* \varepsilon_{12}}{b_1^* - b_2^* \varepsilon_{31} + b_3^* \varepsilon_{21}}, \\ \theta &= \arccos[b_3^* - b_1^* \varepsilon_{23} + b_2^* \varepsilon_{13}], \\ \operatorname{tg}\theta &= \frac{\sqrt{(b_1^* - b_2^* \varepsilon_{31} + b_3^* \varepsilon_{21})^2 + (b_2^* + b_1^* \varepsilon_{32} - b_3^* \varepsilon_{12})^2}}{b_3^* - b_1^* \varepsilon_{23} + b_2^* \varepsilon_{13}}. \end{aligned}$$

Вывод. Разработана математическая модель инклинометра на основе блока трехосевого акселерометрического преобразователя для инклинометрических систем контроля и ориентации скважин, в матричном и скалярном виде.

Математическая модель получена с учетом инструментальной погрешности, обусловленной, перекосом осей измерения инклинометра с осями измерения блока трехосевого микромеханического акселерометра, что позволит, на порядок повысить точность при измерении зенитного угла и угла установки отклонителя.

Получены формулы для вычисления зенитного угла и угла установки отклонителя от сигналов с первичных акселерометрических преобразователей с учетом перекосов осей измерения инклинометра с осями измерения блока трехосевого микромеханического акселерометра.

Применение блока трехосевого акселерометрического преобразователя для инклинометра систем контроля и ориентации объектов позволит значительно уменьшить диаметр скважинного снаряда.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. **Басарыгин Ю. М.** Бурение нефтяных и газовых скважин. учебн. пособие для вузов / Ю. М. Басарыгин, А. И. Булатов, Ю. М. Проселков – М. : ООО «Недра-Бизнесцентр», 2002. – 632 с.
2. **Ковшов Г. Н.** Инклинометры (Основы теории и проектирования) / Г. Н. Ковшов, Р. И. Алимбеков, А. В. Жибер. — Уфа: Гилем, 1998. — 380 с.
3. **Ковшов Г. Н.** Приборы контроля пространственной ориентации скважин при бурении / Г. Н. Ковшов, Г. Ю. Коловертнов — Уфа: Издательство УГНТУ, 2001. — 228 с.
4. **Маркеев А. П.** Теоретическая механика. Учебник для университетов – М: ЧеРо – 1999. – 572 с.
5. Пат. Україна 91315, МКИ G 01 B 11/26 G 01 P 21/00 Спосіб виставлення осей чутливості акселерометрів. / О. М. Безвесільна, Ю. О. Подчашинський, С. С. Ткаченко, А. А. Остапчук, Ж. М. Кондратюк, Ю. В. Киричук (Україна) ; заявитель и патентообладатель Житомирський державний технологічний університет. – № 200911277; заявл. 06.11.2009 ; опубл. 12.07.2010. Бюл. № 13. – 4 с.
6. **Doscher J.** Accelerometr Design and Applications. [Электронный ресурс]: Analog Devices. – 1998. – Режим доступа: <http://www.analog.com>
7. The Evolution of Three-Axis MEMS Inertial Sensor Packaging. – Size Does Matter! [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.i-micronews.com/news/Evolution-Three-Axis-MEMS-Inertial-SensorPackaging—Size,3515.html>.
8. ADXL103/203. Precision $\pm 1,7$ g, ± 5 g, ± 18 g Single-/Dual-Axis iMems Accelerometer [Электронный ресурс]: Analog Devices, Inc. – 2004–2014.– Режим доступа: http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/ADXL103_203.pdf.

SUMMARY

In the conditions of intensive development of directional and horizontal drilling there are much growing requirements to the accuracy of hole making in required area of producing zone [1].

In many respects the accuracy of hole making is determined by metrological performance of control devices of dimensional orientation of a borehole – directional devices including accelerometer

sensing devices.

Being high-precision sensing devices, particularly ADXL accelerometers permit to measure accelerations over the range $\pm 5g$ to $\pm 1,7g$ with threshold of sensitivity $5 \cdot 10^{-3} g$ [8].

However, in spite of high-precision performance, some errors can emerge measuring inclination angle and the angle of setting of deflector of controlled objects caused by setting inaccuracy of accelerometer transducers inclinometer case.

Algorithmic correction of measurement results is proposed i.e. in mathematical model of three-axis accelerometer transducer unit for inclinometer it is necessary to take into consideration misalignment of inclinometer sensitive axes with sensitive axes of three-axis micromechanical accelerometer unit.

The work deals with the development of mathematical model of inclinometer on the base of three-axis accelerometer transducer unit for control and orientation system of objects, in matrix and scalar view.

We have gained the formulas for inclination angle calculation and the calculation of the angle of deflector setting from sensing accelerometer devices signals taking into account the misalignment of inclinometer sensitive axis with sensitive axes of three-axis micromechanical accelerometer unit.

Calculation in mathematical model of instrumental error permits to increase accuracy measuring inclination angle and angle of deflector setting by far.

REFERENCES

1. **Basaryigin Yu. M.** Burenie neftyanyih i gazovyih skvazhin. uchebn. posobie dlya vuzov / Yu. M. Basaryigin, A. I. Bulatov, Yu. M. Proselkov – M. : ООО «Nedra-Biznestsentr», 2002. – 632 s.
2. **Kovshov G. N.** Inklinometryi (Osnovyi teorii i proektirovaniya) / G. N. Kovshov, R. I. Alimbekov, A. V. Zhiber – Ufa: Gilem, 1998. – 380 s.
3. **Kovshov G. N.** Priboryi kontrolya prostranstvennoy orientatsii skvazhin pri bureanii / G. N. Kovshov, G. Yu. Kolovertnov – Ufa: Izdatelstvo UGNTU, 2001— 228 s.
4. **Markeev A. P.** Teoreticheskaya mehanika. Uchebnik dlya universitetov. – M: CheRo – 1999. – 572 s.
5. Pat. Ukraine 91315, MKI G 01 B 11/26 G 01 P21/00 Sposib vistavlennya osey chutlivosti akselerometriv. / O. M. Bezvesilna, Yu. O. Podchashinskiy, S. S. Tkachenko, A. A. Ostapchuk, Zh. M. Kondratyuk, Yu. V. Kirichuk (Ukraine) ; zayavitel i patentoobladatel Zhitomirskiy derzhavniy tehnologichniy universitet. – № 200911277 ; zayavl. 06.11.2009 ; opubl. 12.07.2010. Byul. № 13. – 4 s.
6. **Doscher J.** Accelerometr Design and Applications. [Электронный ресурс]: Analog Devices. – 1998. – Режим доступа: <http://www.analog.com>
7. The Evolution of Three-Axis MEMS Inertial Sensor Packaging – Size Does Matter! [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.i-micronews.com/news/Evolution-Three-Axis-MEMS-Inertial-SensorPackaging—Size,3515.html>.
8. ADXL103/203. Precision $\pm 1,7 g$, $\pm 5 g$, $\pm 18 g$ Single-/Dual-Axis iMems Accelerometer [Электронный ресурс]: Analog Devices, Inc. – 2004–2014.– Режим доступа: http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/ADXL103_203.pdf.

УДК 624.046.2

ЩОДО МОЖЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ СПРОЩЕНИХ МЕТОДИК РОЗРАХУНКІВ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ПЕРЕРІЗІВ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Д. М. Зезюков, к. т. н., доц.

Ключові слова: нормативні документи, залізобетонні елементи, граничні моменти.

Постановка проблеми та аналіз публікацій. При виконанні розрахунків, проектувальники користуються певними правилами застосування, що є загальноприйнятими методами відповідними принципам і відповідають їх вимогам. У цьому випадку повинно бути допустимо